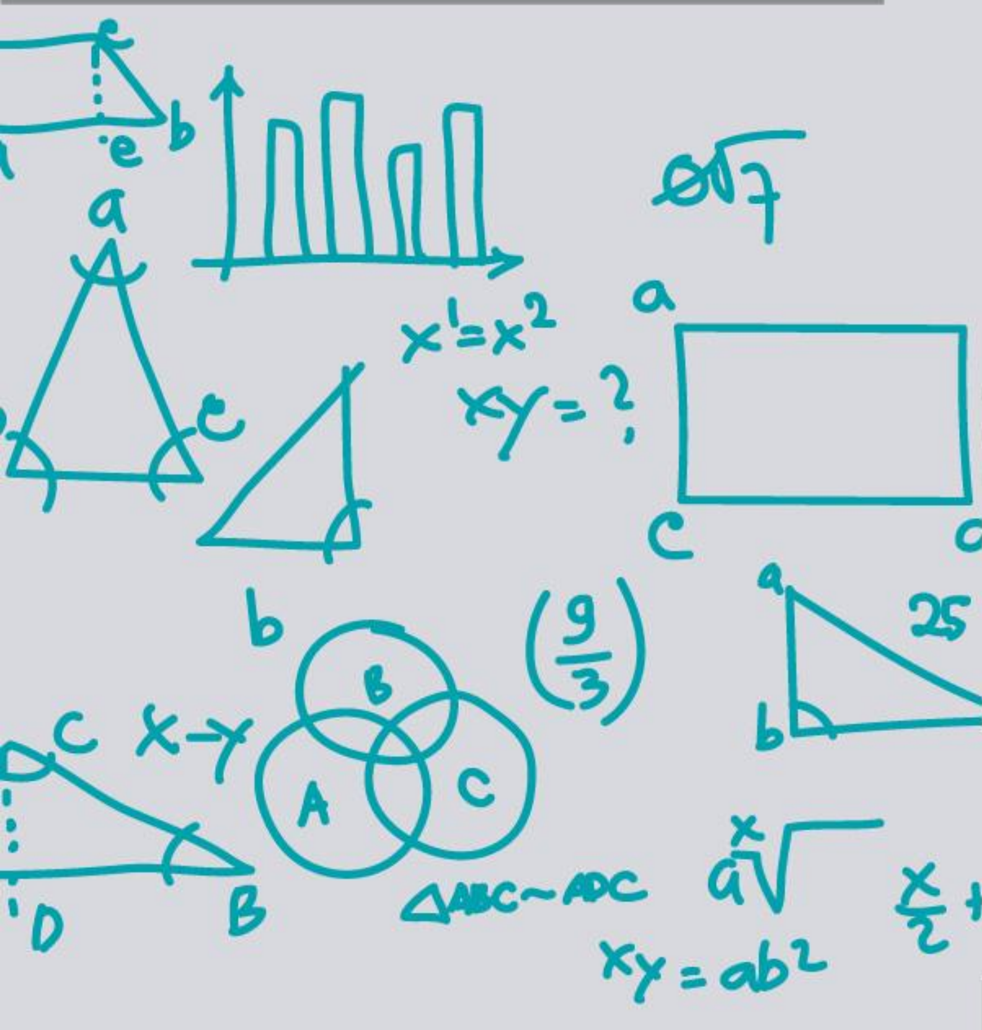
SEP
SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA

Subsecretaría de Educación Media Superior
Coordinación Sectorial de Desarrollo Académico

EVALUACIÓN diagnóstica al ingreso a la EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

MANUAL DEL DOCENTE DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA



Curso propedéutico

CICLO ESCOLAR 2019 - 2020

SEP
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Evaluación Diagnóstica
al Ingreso a la Educación Media Superior
Ciclo escolar 2019-2020

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Directorio

Esteban Moctezuma Barragán
Secretario de Educación Pública

Juan Pablo Arroyo Ortiz
Subsecretario de Educación Media Superior

Pedro Daniel López Barrera
Coordinador Sectorial de Desarrollo Académico

Fernando Cajeme Bojórquez Cardoso
Encargado de la Unidad de Educación Media Superior Tecnológica Agropecuaria y Ciencias del Mar

Rafael Sánchez Andrade
Jefe de la Unidad de Educación Media Superior Tecnológica Industrial y de Servicios

Enrique Kú Herrera
Director General del Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica

María de los Ángeles Cortés Basurto
Directora General del Bachillerato

Remigio Jarillo González
Director General del Colegio de Bachilleres

Margarita Rocío Serrano Barrios
Coordinador Nacional de CECyTE

SEP
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Contenido

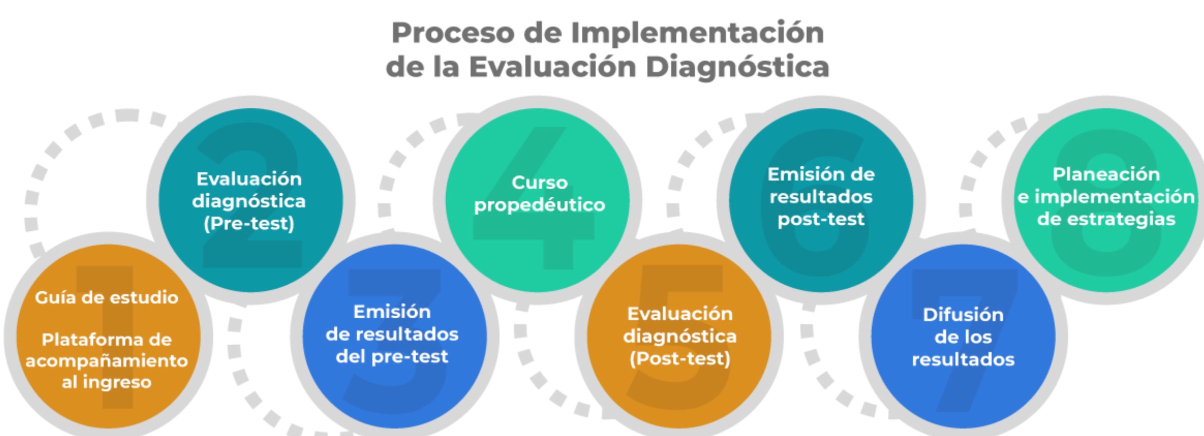
SEP
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Presentación

El objetivo principal de la Educación Media Superior es la formación de mujeres y hombres como ciudadanos integrales desde el Sistema Educativo Nacional, con la capacidad de aprender a aprender en el trayecto de la vida, que sean un aporte para el desarrollo de la sociedad, con capacidad para adaptarse a los diferentes contextos y retos que impondrá el siglo XXI; así como a la trasformación en la forma de enseñar.

En este sentido, evaluar el aprendizaje durante todo el proceso formativo de cualquier nivel educativo, es esencial para fortalecer los procesos, sistematizar y documentar los avances o retrocesos en el aprendizaje adquirido por los estudiantes durante su formación académica. Bajo esta lógica, la Coordinación Sectorial de Desarrollo Académico considera pertinente atender la necesidad de fortalecimiento en los estudiantes, respecto a las competencias que se consideran transversales a toda la formación educativa. Por otro lado, también da seguimiento a los aprendizajes adquiridos de los estudiantes de nuevo ingreso durante su trayectoria educativa del nivel básico, para ello, pone a disposición de las instituciones de nivel medio superior, los manuales del curso propedéutico, que sirven como recurso didáctico para el desarrollo de las competencias matemática, lectora y ciencias experimentales.

El manual de la competencia matemática va a permitir al profesorado desarrollar y fortalecer en el estudiante la capacidad para identificar, analizar y resolver problemas de situaciones reales o hipotéticas de la vida cotidiana empleando el pensamiento matemático, analítico, crítico, reflexivo, sintético y creativo, por medio de estrategias de enseñanza-aprendizaje que sitúen el aprendizaje en contextos reales o hipotéticos, promuevan la participación, el trabajo colaborativo, la reflexión, la toma de decisiones y ambientes de aprendizaje donde la equidad y la inclusión sean el eje rector para dar lugar a la libre expresión y comunicación correcta, el autoconocimiento, el respeto a sí mismo y la actuación a partir de valores.



Propósito

Apoyar pedagógicamente al profesorado en la ejecución del curso propedéutico de la competencia matemática, al proporcionarle los elementos necesarios para que desarrolle y fortalezca en los estudiantes la capacidad de identificar, analizar y resolver problemas en situaciones reales o hipotéticas de la vida cotidiana empleando el pensamiento matemático, analítico, crítico, reflexivo, sintético y creativo.

Rol del docente

El profesorado que participe en el curso propedéutico de la competencia matemática se espera que sea facilitador y promotor del aprendizaje, por lo que es necesario que:

- ✓ Ponga al estudiante al centro del proceso formativo del curso.
- ✓ Trabaje en competencias.
- ✓ Favorezca la cultura del aprendizaje.
- ✓ Ofrezca acompañamiento al estudiante durante su proceso de aprendizaje.
- ✓ Muestre interés por las características de los estudiantes, reconociendo la diversidad como parte esencial del aprendizaje y la enseñanza.
- ✓ Tome en cuenta los aprendizajes previos de los estudiantes.
- ✓ Reconozca la naturaleza social del conocimiento.
- ✓ Modele el aprendizaje.
- ✓ Reconozca la existencia y el valor del aprendizaje informal.
- ✓ Promueva la relación intradisciplinaria e interdisciplinaria.
- ✓ Conozca del campo disciplinar en que trabajará.
- ✓ Domine la dinámica grupal.
- ✓ Tenga sensibilidad para identificar necesidades de aprendizaje en los participantes.
- ✓ Maneje estrategias de trabajo frente a grupo.
- ✓ Motive a un grupo de los educandos de bachillerato.
- ✓ Además, tenga y muestre una actitud de responsabilidad, respeto, tolerancia e iniciativa.

COMPETENCIA	SESIONES	MIN./SESIÓN	TOTAL HORAS
Matemática	13	90	19 horas con 30 minutos

Para el logro del propósito del curso se recomienda utilizar 15 días, distribuidas de la siguiente manera:

Día 1	Del día 2 al 14	Día 15
Aplicación del instrumento de evaluación Pre-test	• Desarrollo de las sesiones para el logro de la competencia matemática. • Evaluación del curso.	Aplicación del instrumento de evaluación Pos-test

Sesión	Habilidad específica	Contenido específico	Tiempo
1	Realiza operaciones con números enteros y racionales al resolver problemas de la vida cotidiana.	✓ Números enteros: • Suma • Resta • Multiplicación • División ✓ Números Fraccionarios • Suma • Resta • Multiplicación • División	90 minutos
2	Obtiene el valor numérico de una operación aritmética utilizando la jerarquía de operaciones.	Jerarquía de operaciones	90 minutos
3	Aplica la proporcionalidad directa e inversa en problemas vinculados con su vida cotidiana.	✓ Proporción directa ✓ Proporción inversa ✓ Porcentaje	90 minutos
4	Utiliza lenguaje algebraico para representar situaciones o problemas de la vida cotidiana.	✓ Lenguaje algebraico	90 minutos
5	Reduce términos semejantes de expresiones algebraicas.	✓ Términos semejantes ✓ Suma y resta de expresiones algebraicas	90 minutos
6	Obtiene el producto de expresiones algebraicas.	✓ Multiplicación de expresiones algebraicas	90 minutos
7	Calcula el valor numérico de expresiones algebraicas.	✓ Valores numéricos de una expresión algebraica	90 minutos
8	Resuelve problemas o situaciones que involucren el uso de ecuaciones lineales con una incógnita	✓ Ecuaciones lineales	90 minutos
9	Utiliza métodos de solución de una ecuación cuadrática.	✓ Fórmula general ✓ Factorización	90 minutos
10	Ubica puntos en el plano cartesiano reconociendo sus elementos.	✓ Plano cartesiano	90 minutos

Sesión	Habilidad específica	Contenido específico	Tiempo
11	Determina la congruencia o semejanza de diversos polígonos.	✓ Criterios de congruencia de polígonos ✓ Criterios de semejanza de triángulos.	90 minutos
12	Calcula el perímetro y área de distintas figuras geométricas.	✓ Fórmulas de perímetro y área de figuras geométricas	90 minutos
13	Aplica el teorema de Pitágoras en la resolución de problemas de la vida cotidiana.	✓ Teorema de Pitágoras	90 minutos

Descripción del manual

Indica el número de sesión que se trabajará y el tiempo previsto.

Sesión 1
Tiempo previsto
90 minutos

Resultado de aprendizaje

Es un descriptor de logro que define lo que se espera que cada estudiante demuestre al término de cada sesión.

Contenido Central | Contenido específico | Actitudes

Es el contenido de mayor jerarquía.	Es el contenido que, por su especificidad, establece el alcance y profundidad de abordaje.	Indica la forma en que el estudiante debe conducirse en cada una de las sesiones.

Apertura

Integrada por dos fases:

1ª Centrar la atención del estudiante, para que se disponga al nuevo aprendizaje: Es el punto de inicio del proceso de enseñanza-aprendizaje, se lleva a cabo por medio de una técnica que propicie un ambiente adecuado, la atención y concentración del estudiante, para que se disponga a trabajar en la nueva experiencia de aprendizaje.

Me dispongo a aprender

2ª Encuadre de la sesión: Responde a la pregunta ¿Qué voy aprender?

El profesor expresa y explica el resultado de aprendizaje, contenidos, actitudes, tiempo y ejemplos de aplicación del contenido en la vida cotidiana del estudiante.

Desarrollo

Integrada por cuatro fases:

1ª Formación del objeto de conocimiento (aprendizaje): Responde "Sé lo que voy aprender", aquí el profesor recupera saberes previos y detecta necesidades del estudiante, a través del planteamiento de una situación de aprendizaje, la formulación de preguntas generadoras, conectando la experiencia al contexto real y preguntas para motivar, por medio de la observación directa al objeto de conocimiento, describiéndolo, extrayendo significados y conocimientos a partir de la observación, sitúa al objeto en un problema real, de forma detallada, estructurada, vívida y que involucre al educando.

2ª Movilización de los recursos cognitivos y recursos didácticos que le permiten solucionar el problema o situación de aprendizaje: El estudiante tiene que responder ¿Qué tengo que hacer? Para ello, se cuestiona ¿Qué? ¿Cómo? ¿Con qué? ¿Cuándo? ¿Dónde? ¿Para qué?, el profesor sugiere opiniones, alternativas o procedimientos más efectivos para resolver el problema.

3ª Trabajo independiente en la solución del problema: Fase destinada a movilizar los recursos (cognitivo, materiales y humanos) para ejecutar el plan de aprendizaje para que el estudiante diga "Lo hago", por lo tanto, se deja al estudiante trabajar de manera individual.

El profesor estimula la creatividad del estudiante, permite la libertad para crear, lo motiva, acompaña, retroalimenta y contacta de manera directa con cada uno de los estudiantes.

4ª Comunidad de aprendizaje o trabajo en equipo colaborativo: Fase de interacción con los pares, donde el estudiante comparte lo que aprende, resultados, ideas y observaciones; el equipo llega a acuerdos.

El profesorado genera espacios donde el estudiante pueda ejercer su derecho a tomar decisiones y hacerse responsable por las consecuencias, mantiene una escucha activa y respetuosa, estimula la motivación y la búsqueda de la superación, reforzando los logros y potencialidades, acompaña y fomenta la coevaluación.

Cierre

Integrada por dos fases:

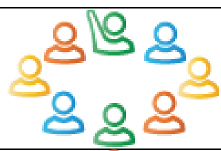
1ª Plenaria: Fase en la que se identifica totalmente al objeto del que aprende, puede el estudiante transferir significativamente el conocimiento, desarrollar habilidades y construir un significado de la competencia. Su propósito es la apropiación del conocimiento a través de la exposición, ejercitación y retroalimentación.

El estudiante pone en palabras lo que aprendió.

2ª Evaluación: Fase en la que se cierra el ciclo, se verifica la adquisición de conocimientos, desarrollo de la habilidad y el cambio de actitudes, el estudiante dice “Lo aprendí”.

Las estrategias que utilice el profesorado deben ayudar a sistematizar y documentar la trayectoria sobre el avance y aprendizaje.

Iconografía

	**Tiempo:** Indica los minutos destinados para desarrollar cada actividad de aprendizaje.
	Instrucción: Indicaciones que el docente vierte al grupo para generar y estimular el aprendizaje de los estudiantes.
	**Actividad individual:** Indican las actividades que la o el estudiante realiza de forma individual.
	**Plenaria:** Representa el momento en que los miembros del grupo se reúnen para compartir su aprendizaje y recibir retroalimentación por parte del docente.
	**Comunidad de aprendizaje:** Sugiere el momento para realizar el trabajo en equipo colaborativo; en donde se necesita que los estudiantes interactúen entre sí para compartir sus resultados, elaborar propuestas, realizar tareas y/o compartir ideas.
	**Reforzamiento del aprendizaje adquirido:** Indica el momento en que se presenta información de los contenidos centrales y específicos; puede estar integrada de información que es conocida por el estudiante, pero que no recuerda y que fue abordada en la secundaria.
	**Evaluación:** Este ícono representa el momento de la autoevaluación, coevaluación o heteroevaluación. Cabe mencionar que la evaluación, permea a todo el proceso de aprendizaje, no es exclusiva para un momento de la secuencia didáctica.
	**Para aprender más:** Son recomendaciones de fuentes de información y recursos didácticos para profundizar en los contenidos y ejercitación de habilidades de forma independiente.

Sesión 1
Tiempo previsto
90 minutos

<table>
<tr><th colspan="3">Resultado
de aprendizaje</th></tr>
<tr><td colspan="3">Realiza operaciones con números enteros y racionales al resolver problemas de la vida cotidiana</td></tr>
<tr><th>Contenido Central</th><th>Contenido específico</th><th>Actitudes</th></tr>
<tr><td>Sentido numérico y pensamiento algebraico.</td><td>◆ Números enteros:
Suma
Resta
Multiplicación
División
◆ Números fraccionarios:
Suma
Resta
Multiplicación
División</td><td>Se expresa y comunica correctamente
Confianza
Eficacia
Asertividad
Responsabilidad
Toma de decisiones razonadas y responsables</td></tr>
</table>

Apertura

10 min.

Mencione al grupo lo siguiente:

1. Cierren los ojos por un momento y sigan las instrucciones.
2. Mentalmente, calculen el número de meses que han vivido hasta hoy, resten el número de meses que han asistido a la secundaria y sumen el número de meses que asistieron a la primaria.
3. Abran los ojos y contesten.
4. ¿Cuántos meses te dieron?
5. ¿Fue fácil calcularlos?
6. ¿Qué tuviste que hacer para llegar al resultado?
7. ¿Crees importante dominar el cálculo mental para tu vida?

Lea el resultado de aprendizaje de la sesión, exponga y explique las normas que se espera que siga el grupo.

Sesión 1
Tiempo previsto
90 minutos

Resultado de aprendizaje

- Realiza operaciones con números enteros y racionales al resolver problemas de la vida cotidiana.

Actitudes

- Se expresa y comunica correctamente.
- Confianza
- Eficacia
- Asertividad
- Responsabilidad
- Toma de decisiones razonadas y responsables.

Escriba en el pizarrón los contenidos a desarrollar y pregunte por la importancia de éstos a los estudiantes.

- Números enteros: suma, resta, multiplicación y división.
- Números fraccionarios: suma, resta, multiplicación y división.

Lea la introducción al tema o elabore una con base en su experiencia.

Introducción.

Los números han servido desde tiempos inmemorables al ser humano para organizar su vida y obtener grandes inventos. Desde entonces, el desarrollo no para y se siguen utilizando los cálculos para encontrar respuestas a muchos desafíos, pues en todo lo que conoces están inmersas las matemáticas; tu celular, las pantallas de televisión, los autos más sofisticados, las construcciones, las computadoras, la industria en general, etc.

Por lo anterior, es muy importante que aprendas a utilizar muy bien los números y sus leyes, pues de ahí lograrás realizar cálculos más sofisticados y tal vez algún día, formar parte de esos grandes inventores del mundo.

Desarrollo

15 min.

Solicite al alumno contestar las siguientes preguntas:

Sesión 1
Tiempo previsto
90 minutos

1. Cuando preguntamos a nuestros compañeros de clase si el dinero que traen les alcanza para comprar un juego de geometría que cuesta $45, cada uno de ellos contesta si le falta o le sobra según los datos siguientes:

   +12, -15, +10, -45, +3, +10, -8, +20, +1, -19, -30, -5, +10

   ¿Cuánto da la suma de estos números?

   R. -56

2. ¿Tiene importancia que el resultado de positivo o negativo?

   R. Sí, es importante.

3. En la vida, ¿un número positivo indicará algo muy diferente a un número negativo?, explica.

   R. Regularmente, un positivo indicará que tenemos algo más y un negativo que ya no lo tenemos, o lo debemos.

4. ¿Puedes realizar rápidamente una suma donde existan muchos números como este caso?, positivos y negativos? Explica tu estrategia.

   R. Algunas personas agrupan todos los números positivos y los suman, todos los números negativos y los suman, y luego restan estas dos cantidades.

5 ¿Y si hacemos lo mismo con fracciones?, ¿será más difícil?, por ejemplo:

$$\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{5}{7}-\frac{5}{8}=$$

R. Sí, es más complejo.

Solicite a varios estudiantes sus respuestas.

Seleccione un estudiante para que lea el siguiente problema:

En un edificio de departamentos los vecinos han realizado una caja de ahorro, iniciando con las aportaciones en el mes de enero. En el transcurso de los siguientes meses, algunos aportaron y otros pidieron prestado, como se muestra en la tabla siguiente.

Vecino	Enero	Marzo	Mayo	Julio	Septiembre
Luz María	+2000	+1200	–500	–500	+3000
Sergio	+3000	-1000	+1800	–500	+1300
Martín	+1200	+2000	-200	+1000	–800
José	+5000	–2500	+1200	+800	+3400
Oscar	+2400	–3000	+500	–1500	+2400
Edith	+3500	+2000	+1600	–2400	–1000

SEP
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Sesión 1
Tiempo previsto
90 minutos

1. ¿Cuál será el monto de la caja de ahorro al final del año?
2. Si sobrara al final del año, por lo menos la mitad de lo que aportaron los vecinos, entonces ellos decidirían comprar un nuevo calentador solar, ¿crees que lo comprarán o no será posible?
3. Los vecinos acordaron que regresarán una cuarta parte de lo que pidieron prestado, ¿a cuánto asciende esta cantidad?

Antes de resolver el problema indique al estudiante que conteste las siguientes preguntas:

¿Crees poder resolver el problema?

¿Qué me hace falta conocer para resolver el problema?

¿Recuerdas cómo se trabajan los números enteros?

Guíe la lectura e indique al estudiante que resuelva los ejercicios de la lectura.

Suma y resta de números enteros

La forma de escribir la suma de dos o más números enteros la conoces desde mucho tiempo atrás, por ejemplo, si queremos sumar 5, más 7, más 9, más 23, más un número negativo -10, se escribe:

$$
\begin{array}{r}
5 \\
+\ 7 \\
+\ 9 \\
+23 \\
-10 \\
\hline
+34
\end{array}
$$

O bien, de esta otra manera, que es la que utilizamos de forma cotidiana en matemáticas:

$5 + 7 + 9 + 23 - 10 = 34$

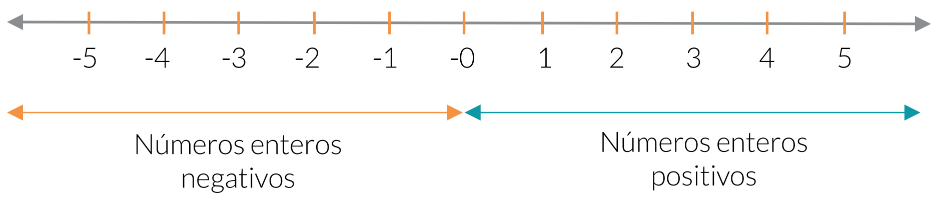
Otro ejemplo:

$-15-12-19+20-3+14=-15$

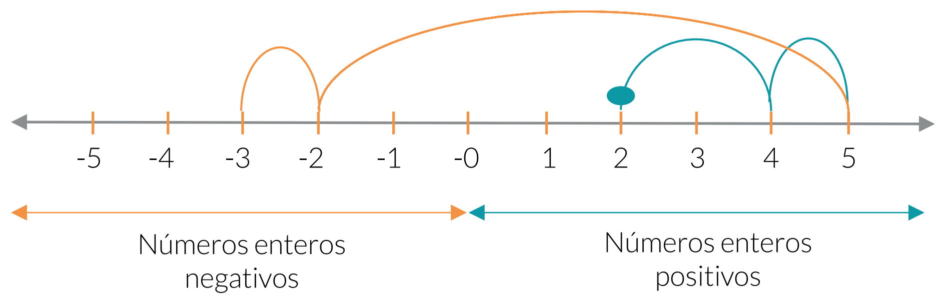
Es importante que veamos por qué algunas veces nos da como resultado un número positivo y otras un número negativo.

Sesión 1
Tiempo previsto 90 minutos

Observa, en la siguiente recta numérica lo que pasa:



Si iniciamos en el número dos, al cual le sumamos dos, sumamos uno, restamos 7 y restamos otro, ¿en qué posición quedamos?



El resultado es -3.

Como podrás observar, es fácil recordar esta forma de trabajar los números enteros, positivos y negativos. Solo tienes que imaginar la recta numérica y saltar hacia donde indiquen los valores, cuidando de que al sumar avances hacia la derecha (⟶) y al restar, retrocedas a la izquierda (⟵).

Por supuesto, al caer a la derecha del cero tendrás positivos y a la izquierda tendrás negativos.

Esto es justo lo que te dicen las reglas:

"Números de igual signo se suman, diferente signo, se restan y gana el signo que tiene el número mayor".

¿Cuál será el resultado de las siguientes sumas y restas?

a) 2-4-6-9 = R. -17

b) -12 + 15 + 90 – 100 = R. -7

c) -20 - 30 -40 = R. -90

d) -10 + 11 + 2 + 3 -1 + 15= R. 20

e) 30 +12 -25 -2 -4 +8 = R. 19

Sumas y restas de números fraccionarios.

Al sumar:

$$\frac{2}{5}+\frac{4}{5}+\frac{1}{5}-\frac{3}{5}=?$$

Como son fracciones con un mismo denominador, solo se sumarán y restarán los numeradores, como si fueran enteros, es decir:

$$\frac{2}{5}+\frac{4}{5}+\frac{1}{5}-\frac{3}{5}=\frac{2+4+1-3}{5}=\frac{4}{5}$$

Pero, ¿esto también pasa cuando tenemos diferentes denominadores?, por ejemplo:

$$\frac{2}{3}+\frac{4}{5}=?$$

La manera de resolver estas sumas y restas, es por el método cruzado u obteniendo el mínimo común múltiplo de los denominadores:

Método cruzado	
10 más 12 $\frac{2}{3}+\frac{4}{5}=\frac{(2)(5)+(3)(4)}{(3)(5)}=\frac{22}{15}$ multiplicar	Se multiplica de forma cruzada y el resultado se suma Los denominadores se multiplican.
El inconveniente del método cruzado es que si tenemos más de dos fracciones para sumar o restar, entonces tenemos que ir de dos en dos fracciones.	

Mínimo común múltiplo	
$\frac{2}{3}+\frac{4}{5}=\frac{10+12}{15}=\frac{22}{15}$	El mínimo común múltiplo de 3 y 5, es 15 Dividir 15 entre 3, multiplicar por 2, igual a 10 Dividir 15 entre 5, multiplicar por 4, igual a 12
El método de mínimo común múltiplo, permite sumar en una sola vez todas las fracciones.	

Multiplicación y división de números enteros

Es importante resaltar que la regla para signos en estas operaciones es un tanto diferente que con las sumas y restas, pues aquí no se va por la recta numérica.

Sesión 1
Tiempo previsto
90 minutos

En el caso de la multiplicación y división de números, se sigue la regla siguiente:

"Multiplicar o dividir signos iguales da positivo, y si son diferentes, el resultado es negativo."

Observa detalladamente:

$(+)(+) = +$ $(-)(-) = +$ $(+)(-) = -$ $(-)(+) = -$

$\frac{(+)}{(+)} = +$ $\frac{(-)}{(-)} = +$ $\frac{(+)}{(-)} = -$ $\frac{(-)}{(+)} = -$

Ejemplos:

(12)(-12)= -144	$\frac{-50}{-25}=2$	(3)(16) = 48	$\frac{20}{5}=4$
(-35)(-2)= 70	(-42)(3)= -126	$\frac{-60}{10}=-6$	$\frac{32}{-4}=-8$

Para dividir enteros donde el resultado no es otro número entero, se procede como ya lo aprendiste antes, utilizando la galera (⌐). De esta manera, el resultado será un número decimal.

Multiplicación de números fraccionarios

La multiplicación de fracciones se realiza multiplicando numerador con numerador y denominador con denominador.

Recuerda que, al multiplicar un entero por una fracción, el entero es en realidad otra fracción, solo que tiene como denominador a la unidad (1), por eso no se ve.

Ejemplos:

$\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{5}{3}\right)=\frac{15}{12}=\frac{5}{4}$	$\left(-\frac{5}{4}\right)\left(\frac{5}{3}\right)=-\frac{25}{12}$	$\left(\frac{3}{4}\right)\left(-\frac{7}{3}\right)=-\frac{21}{12}=-\frac{7}{4}$	$\left(-\frac{2}{5}\right)\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{8}{15}$
$(5)\left(\frac{5}{3}\right)=\frac{25}{3}$	$(-8)\left(\frac{5}{3}\right)=-\frac{40}{3}$	$\left(-\frac{5}{3}\right)(-9)=\frac{45}{3}=15$	$\left(\frac{5}{4}\right)(7)=\frac{35}{4}$
$(5)\left(\frac{5}{3}\right)\left(\frac{5}{4}\right)\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{375}{24}=\frac{125}{8}$		$\left(-\frac{5}{3}\right)\left(-\frac{2}{7}\right)\left(-\frac{4}{3}\right)=-\frac{40}{63}$	

Observa que en el último ejercicio, hay tres negativos, y al seguir la regla de los signos, multiplicamos (-) por (-), igual a (+), y otra vez por (-), da como resultado (-).

División de números fraccionarios

Para dividir fracciones, podemos seguir dos caminos.

Uno es hacer el producto cruzado, como indica el diagrama siguiente:

$$\frac{5}{3} \div \frac{2}{7} = \frac{35}{6}$$

Otra, es cuando la expresión aparece en forma de cociente, por ejemplo:

$$\frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{2}} = \frac{(4)(2)}{(3)(5)} = \frac{8}{15}$$

En este último caso, se multiplican los valores extremos y el resultado se coloca en el numerador, se multiplican los valores de en medio y el resultado se coloca como denominador.

Este método también lo debes conocer como la regla del sándwich.

Ejemplos

$\frac{-\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}} = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2}$	$\frac{-\frac{3}{5}}{-\frac{5}{3}} = \frac{9}{25}$	$\frac{\frac{2}{7}}{-4} = -\frac{2}{28} = -\frac{1}{14}$ Observa que el -4 que está como denominador, lo podemos escribir como $\frac{-4}{1}$.
$\frac{-3}{\frac{4}{3}} = -\frac{9}{4}$ En este caso, el numerador lo podemos escribir como $\frac{-3}{1}$	$\frac{\frac{2}{7}}{-\frac{5}{3}} = -\frac{6}{35}$	$\frac{\frac{8}{7}}{\frac{2}{5}} = \frac{40}{14} = \frac{20}{7}$

Ahora, que ya hemos recordado mucho de lo que has aprendido, pongamos en práctica tus habilidades.

Sesión 1
Tiempo previsto
90 minutos

a. $(5)(-3)(\frac{1}{4}) =$ R. $-\frac{15}{4}$

b. $\frac{9}{4} \div -7 =$ R. $-\frac{9}{28}$

c. $\frac{4}{5} + \frac{5}{4} =$ R. $\frac{41}{20}$

d. $\frac{3}{5} - \frac{3}{7} =$ R. $\frac{6}{35}$

e. $\frac{4}{-\frac{5}{7}} =$ R. $-\frac{28}{5}$

10 min.

Indique al grupo que conteste de manera individual las preguntas del problema de la caja de ahorro.

En un edificio de departamentos los vecinos han realizado una caja de ahorro, iniciando con las aportaciones en el mes de enero. En el transcurso de los siguientes meses, algunos aportaron y otros pidieron préstamo, como se muestra en la tabla siguiente.

Vecino	Enero	Marzo	Mayo	Julio	Septiembre
Luz María	+2000	+1200	−500	−500	+3000
Sergio	+3000	-1000	+1800	−500	+1300
Martín	+1200	+2000	-200	+1000	−800
José	+5000	−2500	+1200	+800	+3400
Oscar	+2400	−3000	+500	−1500	+2400
Edith	+3500	+2000	+1600	−2400	−1000

1. ¿Cuál será el monto de la caja de ahorro al final del año?

R. $25400

Sesión 1
Tiempo previsto
90 minutos

2. Si sobrara al final del año, por lo menos la mitad de lo que aportaron los vecinos, entonces ellos decidirían comprar un nuevo calentador solar, ¿crees que lo comprarán o no será posible?

Vecino	Aportaciones	Préstamos	Aportación final
Luz María	6200	1000	5200
Sergio	6100	1500	4600
Martín	4200	1000	3200
José	10400	2500	7900
Oscar	5300	4500	800
Edith	7100	3400	3700
Total	39300	13900	25400

R. Las aportaciones torales fueron $39300, la mitad es $19650, Al final del año sobraron $25400, por lo que si es posible comprar el calentador solar.

3. Los vecinos acordaron que regresarán una cuarta parte de lo que pidieron prestado, ¿a cuánto asciende esta cantidad?

R.3975

10 min.

Solicite que formen equipos de cuatro personas para comparar, argumentar y llegar a una solución del problema y contesten y discutan las siguientes preguntas.

1. ¿Por qué es importante conocer las operaciones entre números enteros y fracciones?
2. ¿Podrías concebir a un ingeniero sin que utilice los números?, ¿creen que sería un buen ingeniero?
3. Aún, una persona que no tenga muchos estudios, ¿podría vivir sin los números y sus cálculos?

Sesión 1
Tiempo previsto
90 minutos

Cierre

15 min.

Coordine la plenaria para que cada equipo comparta sus resultados y experiencias.

Puntualice en los aspectos que ayuden al estudiante a fortalecer la competencia.

Pida a los estudiantes resolver las siguientes operaciones.

a. $\left(\frac{4}{7}\right)\left(-\frac{3}{5}\right)=$ R. $-\frac{12}{35}$

b. $\left(\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{6}{7}\right)(-4) =$ R. $\frac{72}{35}$

c. $6 \div \frac{1}{8} =$ R. 48

d. $\frac{6}{5}+\frac{5}{7}-1=$ R. $\frac{32}{35}$

e. $\frac{\frac{3}{2}}{\frac{2}{-7}} =$ R. $-\frac{21}{4}$

f. 4(-5)(-2)(-9) = R. -360

g. $\frac{6}{7}\div 9=$ R. $\frac{2}{21}$

h. $\frac{\frac{9}{5}}{\frac{-8}{3}} =$ R. $-\frac{21}{40}$

i. 1-3-5-7+5-8-2+4= R. -15

j. $\frac{\frac{6}{5}}{\frac{7}{2}} =$ R. $\frac{12}{35}$

k. $\left(\frac{4}{7}\right)\left(\frac{-3}{5}\right)\left(\frac{-7}{2}\right) =$ R. $\frac{6}{5}$

Sesión 1
Tiempo previsto
90 minutos

Sugiera realizar más ejercicios en los siguientes sitios Web

https://es.khanacademy.org/math/arithmetic/arith-review-add-subtract

https://es.khanacademy.org/math/arithmetic/fraction-arithmetic/arith-review-multiply-fractions/e/multiplying_fractions_0.5

https://es.khanacademy.org/math/arithmetic/fraction-arithmetic/arith-review-dividing-fractions/e/dividing_fractions_1.5

SEP
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Sesión 2
Tiempo previsto
90 minutos

Resultado de aprendizaje		
Obtiene el valor numérico de una operación aritmética, utilizando la jerarquía de operaciones.		
Contenido Central	**Contenido específico**	**Actitudes**
Sentido numérico y pensamiento algebraico	◆ Jerarquía de operaciones	Se expresa y comunica correctamente Confianza Eficacia Asertividad Responsabilidad Toma de decisiones razonadas y responsables

Apertura

10 min.

Escriba en el pizarrón la operación 2 + 5 x 3 – 3 y dé la siguiente instrucción.

Los alumnos que traigan una calculadora, úsenla para hacer el siguiente cálculo:

Pregunte.

¿Todos obtuvieron el mismo resultado?

¿Qué sucedió?

Levante la mano quién obtuvo como resultado 18.

Levante la mano quién obtuvo 14.

¿Estarán bien los dos resultados?

¿Alguien de ustedes puede explicar lo que está pasando?

Imaginen un momento que a los que sacaron 18 les vamos a poner un diez, y a los otros un cinco. ¿Qué opinan de esto?

¿Cómo se sienten al respecto?

Hablen un minuto del valor de la justicia, ¿es importante?

Sesión 2
Tiempo previsto
90 minutos

Solicite a los estudiantes lean el resultado de aprendizaje que se va a alcanzar y las actitudes que se espera que muestren, explique por qué son importantes.

Resultado de aprendizaje:

- Obtiene el valor numérico de una operación aritmética, utilizando la jerarquía de operaciones.

Actitudes:

- Se expresa y comunica correctamente.
- Confianza
- Eficacia
- Asertividad
- Responsabilidad
- Toma de decisiones razonadas y responsables.

Escriba en el pizarrón el contenido a desarrollar y pregunte por la importancia de éste a los estudiantes.

- Jerarquía de operaciones.

Pida a algún alumno ayuda para leer la introducción.

Introducción.

Los cálculos matemáticos son tan cotidianos que no nos damos cuenta en la mayoría de las veces lo que estamos haciendo. Muchas personas realizan cálculos muy sencillos, como sumas y restas en su vida diaria, pero otras requieren de un análisis más profundo y de usar reglas, que de no aplicarlas correctamente implicarían un gran problema, que pueda incluso poner en riesgo a las personas.

Desde niños fuimos aprendiendo operaciones sencillas, aprendimos a resolver pequeños problemas, pero al avanzar en el conocimiento hemos visto que hay operaciones matemáticas que se escriben con paréntesis y utilizan incluso las cuatro operaciones básicas; ¿cómo proceder entonces?

La historia de las matemáticas como ciencia, afortunadamente nos dotó de muchas herramientas que hoy podemos utilizar para resolver grandes retos matemáticos y que gracias a estas herramientas logramos un desarrollo como sociedad muy avanzado. Recordemos entonces cuáles son algunas de éstas que nos han indicado el camino a resolver.

Sesión 2
Tiempo previsto
90 minutos

Desarrollo

15 min

Lea el siguiente texto:

El grupo de segundo de secundaria tuvo una visita a un cuartel militar, para llevar a cabo una investigación sobre la historia de cierta comunidad. Ese día, cuando estaban en el cuartel fueron recibidos por Carlos, un soldado raso; por José, un sargento; por Laura, una teniente; Ema, con el grado de coronel y hasta arriba por Jorge, un general.

Solicite a los estudiantes que contesten las preguntas en su manual, al concluir recupere las respuestas y retroalimente.

En el orden mencionado, el valor de sus instrucciones va de menor a mayor, por lo que, ¿qué oración será verdadera y cuál no podría ser?

1. Carlos le instruyó a Jorge que llevara unos documentos a la oficina.

   R. Falsa

2. Ema le pidió a José sus reportes del día anterior.

   R. Verdadera

3. Jorge le pidió a Laura la lista de soldados asignados a un servicio.

   R. Verdadera

4. José le ordenó a Laura llegar con uniforme de gala.

   R. Falsa

5. José solicitó a Carlos archivar los informes de trabajos semanales.

   R. Verdadera

Mencione lo siguiente

Es de suma importancia obedecer las jerarquías para que el trabajo se pueda llevar a cabo de una forma organizada y se llegue a resultados esperados.

Pida a los estudiantes que conteste la siguiente pregunta y analicen las siguientes operaciones sin resolverlas.

Sesión 2
Tiempo previsto
90 minutos

¿Podrías asumir que la siguiente expresión podría representar las órdenes de los militares que los alumnos vieron el día de la visita?

$$2 \times 5 - 3 \times 3^2 + 5 \times 2^3 \div 4 =$$

O esta otra, ¿qué resultado daría?

$$4^2 \times 2 - 30 \times 2 \div 6 + 4 \times 3 =$$

25 min.

Indique al alumno que revise el texto sobre jerarquía de operaciones, ya que aborda el orden en que se deben ejecutar las operaciones considerando los operadores y signos de agrupación.

Jerarquía de operaciones.

En las matemáticas, cuando tenemos expresiones donde aparecen paréntesis, sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, raíces o potencias, es importante saber el orden en que se ejecutarán dichas operaciones.

Observa bien:

1. { [( )] } Operaciones entre paréntesis
2. a^b $\sqrt{\square}$ Potencias y raíces
3. $\times$ $\div$ Multiplicaciones y divisiones
4. $+$ $-$ Sumas y restas

Este orden es el que se debe seguir, al resolver las operaciones.

"Comenzaremos resolviendo, si los hay, las operaciones que están entre los paréntesis, después las potencias y raíces, seguido por las multiplicaciones y divisiones y al final, las sumas y restas indicadas."

Usualmente utilizamos los signos "x" y "÷", aunque para trabajar con mejor orden, y no confundir con otras letras o símbolos, usaremos paréntesis para multiplicación y razones para división.

Ejemplo:

$2 \times 5 - 3 \times 3^2 + 5 \times 2^3 \div 4$ la escribiremos como: $2\,(5) - 3\,(3)^2 + \frac{5\,(2)^3}{4}$

Sesión 2
Tiempo previsto
90 minutos

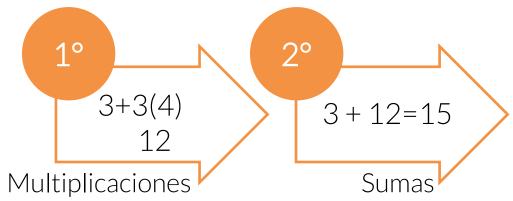
¿Cómo escribirías la otra expresión utilizando esta simbología?

$4^2 x\ 2 - 30 \times 2 \div 6 + 4 \times 3$ R. $(4)^2\,(2) - \frac{30\,(2)}{6} + 4\,(3)$

Ejemplo 1. ¿Cuál es el resultado de la expresión 3 + 3 (4) siguiendo la jerarquía de operaciones?

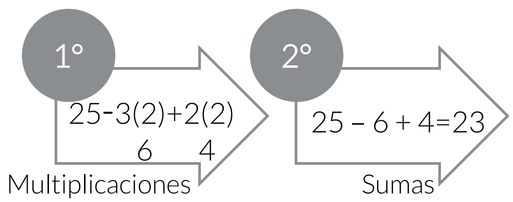
En este caso, pon atención especial en que está indicada una suma y una multiplicación, por el orden jerárquico:

3+3(4)



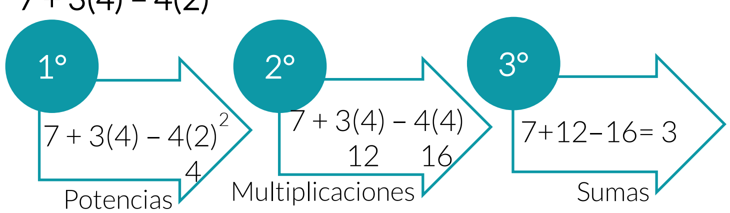
Ejemplo 2

25 – 3(2) + 2(2)



Ejemplo 3.

$7 + 3(4) - 4(2)^2$



Sesión 2
Tiempo previsto 90 minutos

Ejemplo 4.

$$(12 - 10)(3)^2 + 4\,(3)\,^2 - \frac{12}{5}(10)$$

1° $(12 - 10)(3)^2 + 4\,(3)\,^2 - \frac{12}{5}(10)$

$\quad\;\; 2$

Paréntesis

2° $(2)(3)^2 + 4\,(3)\,^2 - \frac{12}{5}(10)$

$\quad\;\; 9 \qquad\quad 9$

Potencias

3° $(2)(9) + 4(9) - \frac{12}{5}(10)$

$\quad 18 \qquad 36 \qquad \frac{120}{5}$

Multiplicaciones

4° $18 + 36 - 24 = 30$

Sumas

También hay operaciones que se pueden hacer de manera indistinta. En la tabla de jerarquía, las sumas y restas están en el mismo nivel, las divisiones y multiplicaciones de igual manera, así que no importa cual ejerzas primero, el resultado será el mismo, por ejemplo:

$\frac{12}{5}(10) =$ puedes multiplicar 12 por 10, que da 120 y luego divides entre 5, que resulta 24.

También puedes dividir primero 10 entre 5, que da 2 y luego multiplicarlo por 12, que resulta también 24.

Pida resolver los dos ejercicios planteados al principio, en el caso de los militares

$2 \times 5 - 3 \times 3^2 + 5 \times 2^3 \div 4 =$ R. -7

O esta otra, ¿qué resultado daría?

$4^2 \times 2 - 30 \times 2 \div 6 + 4 \times 3 =$ R. 34

20 min

Forme equipos de seis personas.

Indique que comparen el resultado de las dos operaciones del caso de los militares, y en caso de que no coincidan revisen cómo llegaron al resultado.

Pida que resuelvan los siguientes ejercicios e intercambien sus manuales con otro compañero de equipo.

Sesión 2
Tiempo previsto
90 minutos

Escriba en el pizarrón las soluciones y solicite que verifiquen el resultado de sus compañeros y compartan sus experiencias.

$6 - 5(3+4) + 12 =$ R. -17

$9 - 7(3-1)^2 + \frac{(2+1)}{6}(12) =$ R. -13

$(3-2)^5 - 7(1+4)^2 + 80 =$ R. -94

$2 + 3\,(4-2)^3 - 4(2) =$ R. 18

$4 + (5-3)^3 - 9(3)2 =$ R.-42

$(8)(4)\frac{(4+2)3}{(2+2)4} + 2(3)^2 =$ R. 54

$8 - 2 + 6(3+5)2 + 2(5) =$ R. 112

$(3+5)^2 - \frac{20}{3}(9) - 25 =$ R. -21

$(5-3)4 + \frac{45}{7}(14)(3)^2 - 12 =$ R. 806

Cierre

20 min

Para finalizar, pida a los alumnos que se junten con el que tengan más cerca, lean y contesten lo siguiente:

1. ¿La jerarquía de operaciones conduce a obtener resultados siempre iguales y únicos?, ¿por qué?
2. ¿Una falla en una estructura de un edificio, puede deberse a una mala aplicación de la jerarquía de operaciones?, explica.
3. ¿Crees que la internet utilice también jerarquía de operaciones?, explica.
4. Resuelve las operaciones
   a. $7 - 5(3+1) =$ R. -13
   b. $8 + 2\,(2+2)^2 =$ R. 40
   c. $2 - (3+2)^2 + 2(3) =$ R. -17

Sesión 2
Tiempo previsto
90 minutos

Solicite, como una acción final, a algunos alumnos que comenten al grupo qué fue lo que se aprendió que no sabían y mejoró con esta sesión.

Concluya con la siguiente reflexión:

El trabajo con jerarquía de operaciones no se queda aquí, solo con números, sino que se puede llevar al campo del álgebra, donde verás que se siguen las mismas reglas, pero con mucho más alcance, pues como recordarás, en álgebra trabajamos con números y letras, es decir, coeficientes y literales.

Sugiera investigar para profundizar en los contenidos abordados y ejercitar en la siguiente dirección electrónica.

https://es.khanacademy.org/math/pre-algebra/pre-algebra-arith-prop/pre-algebra-order-of-operations/e/order_of_operations_2

Sesión 3
Tiempo previsto
90 minutos

Resultado de aprendizaje
Aplica la proporcionalidad directa e inversa en problemas vinculados con su vida cotidiana.

Contenido Central	Contenido específico	Actitudes
Sentido numérico y pensamiento algebraico	◆ Proporción directa ◆ Proporción inversa ◆ Porcentaje	Toma de decisiones razonadas y responsables Cuida el medio ambiente Asertividad

Apertura

5 min

Muestre una serie de imágenes muy ampliadas de objetos que pueden encontrar en su vida cotidiana e indique a los estudiantes revisen minuciosamente los "pequeños-grandes" detalles e intenten adivinar el objeto en cuestión. (se ejemplifica las imágenes, pero el docente puede seleccionar las que el crea conveniente).




Pregunte a los alumnos:

1. ¿Ha sido una experiencia cómoda o agradable?
2. ¿Te has distraído con otros pensamientos u objetos?
3. ¿Cómo le puedes hacer para recuperar tu atención y concentración?

Sesión 3
Tiempo previsto
90 minutos

10 min

Presente y explique cómo se obtendrá el resultado de aprendizaje y las actitudes que se espera que muestren.

Resultado de aprendizaje

- Aplica la proporcionalidad directa e inversa en problemas vinculados con su vida cotidiana.

Actitudes

- Toma de decisiones razonadas y responsables.
- Cuida el medio ambiente.
- Asertividad

Así mismo explique brevemente los contenidos a desarrollar en la sesión.

- Proporción directa
- Proporción inversa
- Porcentaje

Presente la introducción o puede realizar una similar a la propuesta.

Introducción:

La proporcionalidad es una de las ideas principales presente en todos los niveles de las matemáticas escolares y es fundamental en la estructura descriptiva de la física y otras ciencias. La mayoría de las actividades matemáticas de nuestra vida cotidiana están basadas en este concepto por ser el más sencillo de utilizar, por ejemplo:

5 piezas cuestan 5 veces lo que una pieza.

Una proporción es básicamente una igualdad de razones. Esta igualdad puede aparecer como una relación entre cuatro números relacionados entre sí o dentro de una variación entre dos cantidades. Por ejemplo:

Si en un salón de clase hay 15 niñas y 20 niños y en otro hay 18 niñas y 24 niños, podemos afirmar que hay la misma proporción de niñas a niños en ambos salones (3 a 4).

Otra forma de ver una variación es entre dos cantidades, como por ejemplo la cantidad de naranjas que se compra y su costo, la constancia de la razón se dará en cada par de valores de estas cantidades:

Si 12 naranjas cuestan $20 pesos, 24 costarán $40 pesos y 6 costarán $10 pesos.

Sesión 3
Tiempo previsto
90 minutos

Desarrollo

10 min

Guíe la siguiente lectura, aplicando la técnica de lectura robada.

En el año 2015, la Asamblea General de Naciones Unidas aprobó la agenda 2030 para el desarrollo sostenible, que involucra el compromiso de todos los países miembros de la ONU, entre los que se encuentra México. En el centro de esta Agenda, se encuentran los 17 Objetivos de Desarrollo Sostenible, que materializa las metas que los países en conjunto deberán alcanzar para la conservación del planeta y el desarrollo de prácticas económicas y sociales sostenibles.

Por lo anterior la comunidad de Juanito Pérez optó por ya no consumir nada de plásticos, bolsas, platos, vasos, popotes, etc., además de lanzar una campaña de recolección de basura de plásticos.

En la comunidad de Juanito se organizaron de la siguiente manera: cada tarde se reunirían en equipos de 4 personas, trabajarían por lapso de 3 horas, recolectándose 3 kg de basura de plásticos.

En una segunda ocasión llegaron 6 personas y trabajaron por el mismo lapso de tiempo, si los kilogramos de plástico se mantuvieron constante por persona, ¿Cuánto plástico crees que recolectaron, más o menos?

En una tercera ocasión, llegaron las mismas cuatro personas, pero ahora trabajaron el doble de tiempo si la cantidad de kilogramos de plástico recolectado por persona se mantiene constante, ¿Cuánto plástico recolectaron en esta ocasión?

Finalmente se propusieron recolectar los 3 kg de basura, pero en 1 ½ hr, ¿Cuantas personas se necesitarán para cumplir con esta labor?

Si en la comunidad de Juanito la población es de 10 000 habitantes, y en total se formaron 25 equipos de cuatro integrantes, ¿Qué porcentaje de la población trabaja por el bien de la comunidad?

Solicite al grupo que de manera individual respondan las preguntas del manual.

1. ¿De qué trata el problema? R. contrarrestar la contaminación por uso de plásticos
2. ¿Qué se busca? R. que la población participe y colabore para disminuir la problemática
3. ¿Seré capaz de resolverlo? R. Si
4. ¿Son suficientes los conocimientos de que dispongo para buscar la vía de solución? R. Si

Sesión 3
Tiempo previsto
90 minutos

10 min

En plenaria cuestione a los estudiantes sobre la situación de aprendizaje.

1. ¿Qué sucede con la cantidad de basura recolectada cuando el número de personas aumenta y el tiempo de trabajo es el mismo? R. Aumenta.
2. ¿Qué sucede con la cantidad de basura cuando el número de personas disminuye y el tiempo de trabajo es el mismo? R. Disminuye.
3. ¿Qué pasa con el tiempo, cuando el número de personas aumenta y la cantidad de basura recolectada es la misma? R. Disminuye.
4. ¿Qué pasa con el tiempo, cuando el número de personas disminuye y la cantidad de basura recolectada es la misma? R. Aumenta.
5. ¿Qué pasa con el porcentaje de la población que trabaja, si se aumenta el número de equipos de trabajo? R. Aumenta.

Mencione:

En la vida cotidiana, muchas situaciones presentan relaciones entre cantidades de forma similar a la situación de aprendizaje que se presenta, algunas aumentan y otras disminuyen.

Solicite que establezcan una relación entre las cantidades, respondiendo lo solicitado en los siguientes enunciados:

Pregunta:	Mayor	Menor
1. Si el precio de un artículo se mantiene constante, entre más artículos adquieras de éste, la cantidad a pagar será:	x	
2. Si disminuye el número de trabajadores para realizar una actividad el tiempo para concluirla será:	x	
3. Si aumenta el porcentaje de interés en un préstamo, la cantidad total a apagar será:	x	
4. Si aumenta la velocidad del vehículo que te transporta a tu escuela, el tiempo de recorrido será:		x
5. Si aumentas el tiempo de estudio y dedicación a tus clases, la calificación será:	x	

Solicite que conteste las siguientes preguntas:

6. ¿Cómo se les llama a las relaciones entre cantidades, que, cuando al aumentar o disminuir una, la otra también aumenta o disminuye correspondientemente de forma proporcional?

Sesión 3
Tiempo previsto
90 minutos

R. Proporcionalidad directa

7. ¿Cómo se les llama a las relaciones entre cantidades que cuando una aumenta y la otra disminuye o viceversa, siempre de forma proporcional?

R. Proporcionalidad inversa

Pida a los estudiantes que completen las siguientes tablas y contesten las preguntas.

Tiempo de trabajo constante 3 hrs	
No. De personas	Kg de basura
1	0.75
2	1.5
4	3
8	6

Tabla 1

Kg de basura constante 3 kg	
No. De personas	Tiempo de trabajo hr
1	12
2	6
4	3
8	1.5

Tabla 2

Sesión 3
Tiempo previsto
90 minutos

Población total 10000 habitantes	
No. De personas	Porcentaje de la población
4	0.04 %
40	0.4
80	0.8 %
100	1
10000	100%

Tabla 3

1. En la tabla 1 ¿qué pasa con los kilogramos de basura, con respecto al número de personas?
   R. Aumenta.

2. Establece una relación matemática que te permita realizar dichos cálculos:

   $4 \rightarrow 3$
   $8 \rightarrow x$
   Opción 1

   $\frac{4}{8} = \frac{3}{x}$
   Opción 2

3. Por lo tanto, con respecto a la tabla 1, se podría decir que existe una proporción: R. Directa.

4. En la tabla 2 ¿qué sucede con el número de horas cuando el número de personas aumenta?
   R. Disminuye.

5. Establece una relación matemática que te permita realizar dichos cálculos:

   $4 \rightarrow 3$
   $8 \rightarrow x$
   Opción 1

   $\frac{4}{8} = \frac{3}{x}$
   Opción 2

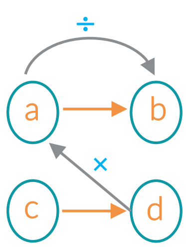
6. Por lo tanto, con respecto a la tabla 2, se podría decir que existe una proporción: R. Inversa.

Sesión 3
Tiempo previsto
90 minutos

En plenaria realice una coevaluación con los alumnos. Estableciendo que es una proporción directa y que es una proporción inversa, así como el método matemático para desarrollar cada una y obtener la solución. Se sugiere los siguientes conceptos:

Proporción directa:

Diremos que la proporción es directa si relacionan magnitudes en las que al aumentar una también lo hace la otra y viceversa. En este caso la regla de tres se aplicará de la siguiente manera:



$$c=\frac{d\cdot a}{b}$$

Si cuatro personas recolectan 3 kg de basura, seis personas ¿cuánta basura recolectaran?

$$\frac{4}{6}=\frac{3}{x}$$

solución

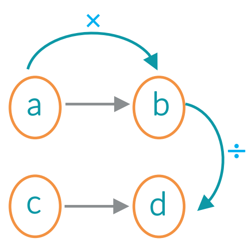
$$\frac{6*3}{4}=4.5$$

Seis personas recolectaran 4.5 kg de basura.

Proporción inversa

Diremos que la proporción es inversa si implica una relación de magnitudes en que al aumentar una la otra disminuye y viceversa. En este caso la regla de tres se aplicará de la siguiente manera:

Sesión 3
Tiempo previsto
90 minutos



$$c=\frac{a \cdot b}{d}$$

Si 4 personas tardan 3 hr en recolectar basura, 8 personas ¿cuánto tiempo tardaran en recolectar la misma cantidad de basura?

Solución:

$$\frac{4}{8}=\frac{3}{x}$$

$$\frac{4*3}{8}=1.5$$

Ocho personas tardan 1.5 hr en recolectar la misma cantidad de basura.

Cierre

15 min

Solicite a los alumnos se reúnen en parejas comparen resultados, se evalúen entre ellos y con respeto y actitud positiva coloquen observaciones, sugerencias y recomendaciones en los ejercicios del compañero.

<table>
<tr><th colspan="2">Información</th><th colspan="2">Identificacion de proporcionanlidad</th><th colspan="2">Planteamiento y operaciones</th><th colspan="2">Resultado</th><th rowspan="3">Observaciones, recomendaciones</th></tr>
<tr><td colspan="2">Fue conciso en la obtención de la información.</td><td colspan="2">Supo identificar el tipo de proporcionalidad.</td><td colspan="2">Realizó correctamente el planteamiento y operaciones que mostró el docente, utilizó otro método.</td><td colspan="2">Obtuvo el resultado esperado.</td></tr>
<tr><td>Si</td><td>No</td><td>Si</td><td>No</td><td>Si</td><td>No</td><td>Si</td><td>No</td></tr>
</table>

Concluya con la participación de dos equipos que den a conocer sus observaciones, realimente el concepto de proporción directa y proporción inversa.

Indique a los estudiantes que resuelvan los siguientes ejercicios donde pueden reforzar conocimientos.

1. Si 12 discos compactos cuestan $ 600, ¿Cuánto costaran 18 discos?

Información	Identificacion de proporcionanlidad	Planteamiento y operaciones	Resultado
Supuesto: 12 discos cuestan 600 Pregunta: 18 discos cuestan x	Proporcionalidad directa	$\frac{12}{18} = \frac{600}{x}$ $\frac{18*600}{12} = 900$	18 discos compactos cuestan $900

2. Una llave que se abre cuatro horas diarias durante cinco dias, vierte 5200 litro de agua, ¿Cuántos litros vertirá en 12 dias, si se abre cuatro horas por día?

Información	Identificacion de proporcionanlidad	Planteamiento y operaciones	Resultado
Supuesto: en 20 horas se vierten 5200 lts Pregunta: en 48 horas se vierten x	Proporcionalidad directa	$\frac{20}{48} = \frac{5200}{x}$ $\frac{48*5200}{20} = 12480$	En 48 horas se vierten 12480 lts de agua.

3. Se ha planeado que una barda sea construida por 24 trabajadores en 18 días; sin embargo, solo se logró contratar a 12, ¿Cuántos días les tomara terminar el trabajo?

Información	Identificacion de proporcionanlidad	Planteamiento y operaciones	Resultado
Supuesto: 24 trabajadores construyen en 18 días Pregunta: 12 trabajadores construyen en x días	Proporcionalidad inversa	$\frac{24}{12} = \frac{18}{x}$ $\frac{24*18}{12} = 36$	12 trabajadores construyen en 36 días

4. Las ruedas traseras y delanteras de un automóvil tienen un diámetro de 1.5 m y 1 m respectivamente, cuando las primeras han dado 350 vueltas, ¿Cuántas han dado las segundas?

Sesión 3
Tiempo previsto
90 minutos

Información	Identificacion de proporcionanlidad	Planteamiento y operaciones	resultado
Supuesto: 1.5 m de diametro dan 350 vueltas Pregunta: 1 m de diametro dan x vueltas	Proporcionalidad inversa	$\frac{1.5}{1}=\frac{350}{x}$ $\frac{1.5*350}{1}=475$	1 m de diametro dan 525 vueltas

Sugiera revisa las siguientes páginas para profundizar en los contenidos abordados y ejercitar lo aprendido.

Ejercicios para practicar la solución de proporciones.

https://es.khanacademy.org/math/mx-math-bygrade/eb-1-semestre-bachillerato/ebecuaciones-lineales-y-desigualdades-3/ebrazones-y-proporciones-8/e/proportions_1

Ejercicios para practicar cálculo de porcentajes.

https://www.thatquiz.org/es3/matematicas/fraccion/

Fuente de información

Objetivos de desarrollo de sostenible. Recuperado de:

https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/objetivos-de-desarrollo-sostenible/

Juegos para Mejorar la Atención en Clase. Rincón de los Juegos. Recuperado de:

https://beneylu.com/pssst/es/4-juegos-atencion/

Matemáticas Simplificadas, Colegio nacional de Matemáticas, segunda edición, Pearson educación, México 2009

SEP
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Sesión 4
Tiempo previsto
90 minutos

Resultado de aprendizaje		
Utiliza lenguaje algebraico para representar situaciones o problemas de la vida cotidiana.		
Contenido Central	**Contenido específico**	**Actitudes**
Sentido numérico y pensamiento algebraico	◆ Lenguaje algebraico	Trabaja en equipo Convive de manera armónica Responsabilidad

Apertura

10 min

Solicite a los estudiantes que decodifiquen el mensaje, sombreando cada cuadro que contiene un cero.

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0		0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0		0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1
1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Sesión 4
Tiempo previsto
90 minutos

Pregunte:

¿Cómo se han sentido en estos días en la escuela?

¿Les resulto fácil encontrar el mensaje?

¿Sabías que para representar expresiones del lenguaje cotidiano puedes utilizar símbolos convencionales?

5 min

Lea el resultado de aprendizaje que se va a desarrollar en esta sesión y explique las actitudes que se espera que se espera que muestren.

Resultado de aprendizaje:

- Utiliza lenguaje algebraico para representar situaciones o problemas de la vida cotidiana

Actitudes

- Trabaja en equipo.
- Convive de manera armónica.
- Responsabilidad.

Explique brevemente, los contenidos a desarrollar y mencione las actividades a realizar:

Contenidos

- Lenguaje algebraico

Actividades

- Lectura explicativa guiada
- Conversión de racionales a decimales y viceversa y resolución de un problema aplicado.
- Resolución de operaciones a manera de competencia interna de operaciones y problemas donde se involucren dichas operaciones y conversiones.

Lea la introducción al tema o elabore una con base en su experiencia.

Introducción

Los signos son una representación por la cual alguien puede mentalmente remitirse a un objeto o a una situación de la realidad. Por ejemplo, podemos utilizar gestos, dibujos o iconos que se parezcan a los objetos o a la situación que queremos representar, o bien palabras o símbolos convencionales que no tengan ningún parecido con el objeto representado.

El razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va

Sesión 4
Tiempo previsto
90 minutos

progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones.

El lenguaje algebraico es un instrumento de modelización matemática de problemas procedentes de la propia matemática (aritméticos, geométricos), o problemas aplicados de toda índole (de la vida cotidiana, financieros, físicos, etc.). Cuando estos problemas se expresan en el lenguaje algebraico producimos un nuevo sistema en el que se puede explorar la estructura del problema modelizado y obtener su solución. La modelización algebraica de los problemas proporciona nuevas capacidades para analizar las soluciones, generalizarlas y justificar el alcance de las mismas. Permite además reducir los tipos de problemas y unificar las técnicas de solución.

Desarrollo

15 min

Presente el siguiente problema

Una tienda de frutas era vigilada en las noches por tres guardianes que se encontraban en diferentes puntos de la misma. En una ocasión un ladrón entró y robó una caja con suficientes manzanas, al tratar de salir fue interceptado por un guardián, quien le quitó la mitad de lo que tenía y cuatro manzanas más; al continuar su viaje de salida fue interceptado nuevamente por otro de los guardias, quien le quitó la mitad de las manzanas que le habían quedado y cuatro más, y por último se encontró con el tercero de los custodios, a quien le entregó la mitad de las que aún tenía y cuatro más. Si finalmente se quedó con una manzana. ¿Qué expresiones simbolizaran el número de manzanas que se llevó cada guardián?

Antes de resolver el problema, indique al alumno que conteste las siguientes preguntas

¿Qué sé y puedo utilizar para simbolizar del modelo matemático que describe el problema?

¿Qué necesito saber para explicar y justificar que un modelo matemático describe el problema?

¿Cuento con la información suficiente para saber el total de manzanas que contenía la caja?

Realice la siguiente lectura guiada y explique las dudas que puedan surgir.

Lenguaje algebraico

El Lenguaje Algebraico es la parte de las matemáticas que se encarga de generalizar y simplificar las cuestiones relativas a los números, representándolos por medio de letras. El álgebra se desarrolló a partir de las reglas y operaciones de la aritmética.

Sesión 4
Tiempo previsto
90 minutos

Una expresión algebraica es una combinación de letras, números y signos de operaciones. Las letras suelen representar cantidades desconocidas y se denominan variables o incógnitas. Las expresiones algebraicas nos permiten traducir al lenguaje matemático expresiones del lenguaje habitual.

Termino Algebraico: es cada sumando de una expresión algebraica.

Los elementos de un término son cuatro:

Signo

Indica si el término es positivo o negativo. Cuando el término es precedido del signo (+) es positivo y es negativo si lo antecede el signo (-).

Coeficiente

Es el número que se coloca antes de la variable o parte literal.

Literal

La constituyen las letras que hay en el término e indica la variable que se quiere representar.

Grado

Es el número al que se eleva un cociente o la parte literal.

10 min

Pida a los alumnos completar la tabla, al concluir solicite a varios estudiantes la solución.

Término algebraico	Signo	Coeficiente	Parte literal	Exponente
$-2a^3$	Negativo	2	a	3
$2x$	Positivo	2	x	1
$-4m^2$	Negativo	4	m	3
$3x^3$	Positivo	3	x	3
$-6y^{-4}$	Negativo	6	y	-4
$-10a^4$	Negativo	10	a	4
$5n^5$	Positivo	5	n	5
y	Positivo	1	y	1

Mencione lo siguiente y explique las dudas que puedan surgir.

Sesión 4
Tiempo previsto
90 minutos

En álgebra, traducir las proposiciones verbales a proposiciones algebraicas es de suma importancia y es necesario saber que las operaciones de adición (suma), sustracción (resta), producto (multiplicación) y cociente (división) vienen expresadas por palabras especiales tales como:

- Adición (suma). Ganar, aumentar, mas, incrementar, crecer, más que, etc.
- Sustracción (resta). Diferencia, menos, disminuir, bajar, perder, decrecer, etc.
- Producto (Multiplicación). Dos veces, doble, duplicar, triple, cuádruplo, etc.
- Cociente (División). Dividido por, razón, mitad, la tercera parte, etc.
- Exponente de un número muestra cuántas veces el número se va a utilizar en la multiplicación.

La palabra "es", o alguna otra equivalente, dentro de un problema algebraico significa "igual a" y se representa con el signo igual (=).

Algunos problemas relacionan dos números de tal manera que uno se expresa con base en otro. Entonces si el primero se expresa con una variable el otro se expresa con una expresión que contiene dicha variable.

15 min

Solicite trabajar en binas, para representar expresiones del lenguaje cotidiano al lenguaje simbólico y viceversa. Al concluir motive a los estudiantes para que compartan la solución.

Expresión verbal	Expresión algebraica
La mitad de un número.	$\frac{a}{2}$
La tercera parte de un número elevado al cuadrado.	$\frac{a^2}{3}$
Cinco veces un número más la tercera parte de otro número.	$5a+\frac{b}{3}$
El cubo de un número.	a^3
El doble de la edad de la Edad de María menos la mitad de la edad de José.	$2m-\frac{j}{2}$
La suma de dos números elevados al cubo.	$(a+b)^3$
El cociente de dos número menos la mitad del cuádruplo de otro número.	$\frac{a}{b}-\frac{4c}{2}$
La suma de tres números consecutivos.	$a+(a+1)+(a+2)+(a+3)$

Ahora lo haremos, al contrario:

Sesión 4
Tiempo previsto
90 minutos

Expresión algebraica	Expresión verbal.
x	Un número cualquiera.
c^2	El cuadrado de un número cualquiera.
$a + b$	La suma de dos números o la adición de dos números.
$a - b$	La resta de dos números o la sustracción o diferencia .
$(a)(b)$	El producto de dos números cualquiera o la multiplicación de dos números.
$\frac{a}{b}$	El cociente de dos números cualquiera o la división de dos números.
$2a + 3b$	El doble de un número más el triple de otro número o la suma del doble de un número y el triple de otro.
$\frac{2a}{b}$	El cociente del doble de un número y otro número o el doble de un número entre otro número.
$3a^2$	El triple producto del cuadrado de un número o tres veces un número elevado al cuadrado.
$a^2 - b^2$	La resta de dos números elevados al cuadrado o la sustracción de dos números elevados al cuadrado.
$(a - b)^2$	El cuadrado de la resta de dos números cualquiera o el cuadrado de la sustracción de dos números cualquiera.
$\frac{a}{3}+\frac{b}{2}$	La tercera parte de un número más la mitad de otro número, o la suma de la tercera parte de un número y la mitad de otro número.

20 min

Finalmente explique el procedimiento general para expresar en lenguaje algebraico problemas de la vida cotidiana.

Sesión 4
Tiempo previsto
90 minutos

Planteamiento de problemas empleando lenguaje algebraico.

Un procedimiento general que se puede utilizar para plantear la ecuación de un problema expresado con palabras para resolver es el siguiente:

1. Lee cuidadosamente el problema hasta comprender la situación que plantea, si es posible, dibuja la figura que menciona el problema.
2. Identifica y establece las cantidades conocidas del problema.
3. Anota una de las cantidades desconocidas con una variable.
4. Forma la ecuación que relacione las cantidades desconocidas con las conocidas.

Ejemplo

Un cajero automático tiene una cierta cantidad de billetes de \$100 y de \$200. Si hay 50 billetes más de \$200 que de \$100 y el valor total del dinero es \$ 28,000 ¿Cuántos billetes de cada denominación tiene?

Cantidades conocidas	Cantidades desconocidas	Expresión algebraica
Total de dinero 28,000 50 billetes más de 200 que de 100	x billetes de 100 y billetes de 200 y=50+ x	100x+200y=2800 Sustituimos el valor de y 100x+200(x+50)=28000

Solicite a los alumnos que de manera individual resuelvan la situación de aprendizaje.

Una tienda de frutas era vigilada en las noches por tres guardianes que se encontraban en diferentes puntos de la misma. En una ocasión un ladrón entró y robó una caja con suficientes manzanas, al tratar de salir fue interceptado por un guardián, quien le quitó la mitad de lo que tenía y cuatro manzanas más; al continuar su viaje de salida fue interceptado nuevamente por otro de los guardias, quien le quitó la mitad de las manzanas que le habían quedado y cuatro más, y por último se encontró con el tercero de los custodios, a quien le entregó la mitad de las que aún tenía y cuatro más. Si finalmente se quedó con una manzana. ¿Qué expresiones simbolizaran el número de manzanas que se llevó cada guardián?

Expresión verbal	Expresión algebraica
El primer guardián, le quitó la mitad de lo que tenía y cuatro manzanas más	$\frac{x}{2}+4$
El segundo guardián le quitó la mitad de las manzanas que le habían quedado y cuatro más	$\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2}-4\right)+4=\frac{x}{4}+2$
Al tercero guardián, le entregó la mitad de las que aún tenía y cuatro más	$\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2}-6\right)+4=\frac{x}{8}+1$

Sesión 4
Tiempo previsto
90 minutos

Cierre

15 min

En plenaria motive a dos o tres estudiantes, para que escriban en el pizarrón el planteamiento desarrollado para cada uno de los guardianes. Si es necesario retroalimente y corrija errores.

Forme equipos de cinco estudiantes y solicite que expresen en lenguaje algebraico los siguientes problemas.

1. Paco, Luis, Brenda y Rubí, están organizando una fiesta y realizaron las siguientes compras:

   Paco compro tres refrescos, dos bolsas de papas, 5 bolsas de cacahuates, dos paquetes de platos y uno de vasos.

   Luis compró cuatro refrescos, tres paquetes de vasos, dos bolsas de papas y una bolsa de cacahuates.

   Brenda compró un pastel y un refresco, y Rubí un refresco, un paquete de cucharas y dos paquetes de papas.

Cantidades desconocidas	Expresión algebraica
Para resolver este problema se le debe de asignar una literal a las cosas que compraron: refresco (r), papas (p), cacahuates (c), platos (pl) y vasos (v), pastel (ps), y cucharas (cu). Las letras pueden variar dependiendo del estudiante. La regla es que no repita letras para cada producto.	Paco = 3r + 2p + 5c + 2pl + v Luis = 4r + 3v + 2p + c Brenda = ps + r Rubí = r + cu + 2p

2. La suma de dos números es 27. Hallar los dos números, si un número es 2 veces el otro número más 3.

Cantidades conocidas	Cantidades desconocidas	Expresión algebraica
Suma= 27 Un número es 2 veces el otro número más 3.	a es un número cualquiera por lo tanto a = x b es el segundo número cualquiera, en términos de x por lo tanto b = 2x +3	a+b=27 Sustituyendo x+2x+3=27

Sesión 4
Tiempo previsto 90 minutos

3. Tres muchachos ganan en total \$5400, Enrique gano \$200 menos que Eduardo y Joaquín dos veces más que Enrique.

Cantidades conocidas	Cantidades desconocidas	Expresión algebraica
Ganancia total \$5400	Eduardo ed por lo tanto es x Enrique es e, gana 200 menos que Eduardo por lo tanto e = x - 200 Joaquín es j y gana dos veces más que enrique por lo tanto j = 2e=2(x – 200)	ed + e + j = 5400 Sustituyendo x+x-200+2(x-200)=5400 4x-600=5400

Coordine la plenaria para que cada equipo comparta sus resultados y su experiencia.

Sesión 5
Tiempo previsto
90 minutos

Resultado de aprendizaje		
Reduce términos semejantes de expresiones algebraicas.		
Contenido Central	**Contenido específico**	**Actitudes**
Sentido numérico y pensamiento algebraico	◆ Términos semejantes ◆ Suma y resta de expresiones algebraicas	Responsabilidad Trabajo en equipo colaborativamente Proactividad Respeto Comunica ideas

Apertura

10 min

Participa activamente en la actividad "Gustos en común".

Gustos en común.

Instrucciones. *En la lista, escribe en el espacio reservado tus gustos. Después, en cada uno de los recuadros recupera el nombre de uno de tus compañeros de clase que comparten el mismo interés.*

Música que te gusta escuchar ____

Deporte que practicas ____

Sesión 5
Tiempo previsto
90 minutos

Materia favorita ____

Comida favorita ____

Mes de tu cumpleaños ____

Pregunte:

¿Te gusto la actividad? ¿por qué sí? ¿por qué no?

¿Crees que la actividad es una manera divertida de conocer a tus compañeros?

¿Encontraste similitud en tus gustos?

¿Mantuviste el ánimo hasta el final de la actividad? ¿No, por qué?

Sesión 5
Tiempo previsto
90 minutos

10 min

De lectura del resultado de aprendizaje y las actitudes que se espera que demuestren.

Resultado de aprendizaje

- Identificar términos semejantes en expresiones algebraicas para simplificar, sumar y restar polinomios.

Actitudes

- Responsabilidad
- Trabajo en equipo colaborativamente
- Proactividad
- Respeto
- Comunica ideas

Lee o pida a un estudiante leer la introducción del contenido (o usted puede elaborar una con base a su experiencia) e indique los productos de la sesión.

Introducción.

La simplificación, suma y resta de polinomios es una de las actividades más recurrentes en las matemáticas, se emplea tanto en la educación media superior como en la superior, por ende, es imprescindible la correcta ejecución de estas operaciones para tener éxito a lo largo de tu vida académica. Por otra parte, recuerda que, al representar una cantidad desconocida o variable, empleamos letras, estas letras o literales, pueden mantener relaciones con otras cantidades de tal manera que se produzcan expresiones algebraicas polinomiales, no siendo esto suficiente, en ocasiones se da la necesidad de realizar sumas o restas entre polinomios, lo que da lugar a un resultado que bien, podría ser escrito de manera simplificada, empleando los términos semejantes, esto último resulta ser la utilidad más significativa del empleo de los términos semejantes.

Productos.

1. "Expresiones algebraicas de cifras de delitos"
2. "Perímetros de figuras"

Propicie una lluvia de ideas para rescatar los conocimientos previos, con base en las siguientes preguntas.

¿Qué es un término algebraico? ¿Qué operación está presente en un término algebraico? ¿Cuáles son los elementos que componen a un término algebraico? ¿Qué diferencia hay entre un término algebraico y un monomio? ¿Qué es un polinomio? ¿Qué nombre recibe el polinomio compuesto por tres monomios?

Sesión 5
Tiempo previsto
90 minutos

Desarrollo

10 min

Lea o pida a un alumno leer la problemática de la inseguridad en México.

Situación de aprendizaje.

En el análisis del periodista (Fonseca, 2019) se reseña la inseguridad que vive México.

Inseguridad, problema nacional

Delito es toda acción u omisión que sancionan las leyes penales. Así se define en todas las culturas y sociedades del mundo a la comisión de un acto ilícito….

El país entero enfrenta, hace por lo menos dos décadas, una época de inseguridad pública como lo demuestran la percepción popular, los índices delictivos provistos por el Gobierno y la información mediática. Y en estos días, estas semanas y meses recientes el delito ha aumentado ostensiblemente. Nos hemos dado cuenta que la falta de interés de gobiernos anteriores en tareas de prevención, han producido este caos que estamos sufriendo.

En los meses de enero y febrero del 2019 los estados con más delitos cometidos y conocidos fueron: Ciudad de México, Estado de México y Jalisco, en total se tiene una clasificación de 40 tipos de delitos y 55 subtipos de delitos. Los delitos que en este documento se analizan son: homicidio culposo en accidente de tránsito (h), daño a la propiedad (d), violencia de género en todas sus modalidades distinta a la violencia familiar (v), incumplimiento de obligaciones de asistencia familiar (i), corrupción de menores (c), narcomenudeo (n), falsificación (f), contra el medio ambiente (m).

Con base en las cifras: Incidencia delictiva del fuero común, se sabe que en el mes de febrero se presentaron las siguientes relaciones (aproximadamente) entre estos tres estados. Los accidentes de tránsito reportados en la Ciudad de México son los mismos que los reportados en Jalisco, mientras que los reportados en el Estado de México son superiores por una mitad; los daños a la propiedad, tanto en la Ciudad de México y en Jalisco son el doble de los daños a la propiedad reportados en el Estado de México.

En conjunto estas relaciones se presentan en la tabla:

Ciudad de México	a	2d	0v	i	16c	2n	3f	6m
Estado de México	$\frac{3}{2}a$	d	v	4i	c	N	$\frac{3}{2}f$	4m
Jalisco	a	2d	0v	0i	6c	N	f	m

Donde:

a: total de delitos por homicidios culposos por accidentes de tránsito en C. de México.

d: total de delitos por daños a la propiedad en E. de México.

v: total de delitos por violencia de género en E. de México.

i: total de delitos por incumplimiento de obligaciones por asistencia familiar en C. de México.

c: total de delitos por corrupción de menores en E. de México.

n: total de delitos de narcomenudeo en Jalisco.

f: total de delitos por falsificación en Jalisco.

m: total de delitos contra el medio ambiente en Jalisco.

Sí, estas tendencias y relaciones son el punto de partida para las acciones que emprenderá el gobierno de México, en cada tipo de delito, en el mes de marzo. Contesta:

1. ¿Qué expresión algebraica ofrece el total de delitos?
2. ¿Se puede simplificar (acortar) esta expresión?
3. ¿Cuál es la expresión algebraica del total de delitos en Jalisco?
4. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa la diferencia del total de delitos de los tres estados con los delitos cometidos en Jalisco?
5. ¿Cuál es la expresión algebraica de la diferencia del total de delitos de los tres estados con los delitos cometidos en la Ciudad de México?
6. ¿Cuánto suman los delitos cometidos tanto en Jalisco como en la Ciudad de México?

En el desarrollo de la clase tendrás que contestar estas preguntas, pero por ahora vamos a completar el siguiente recuadro.

10 min

Solicite al estudiante que, con base en sus apreciaciones y conocimientos previos, conteste en cada recuadro las preguntas solicitadas.

¿Qué puedo hacer con o en la tabla para apoyar mis respuestas?	¿Qué herramienta matemática debo emplear?
¿Son suficientes los datos de la tabla para contestar las preguntas?	¿Qué operaciones están involucradas en las preguntas?
¿Qué representan las expresiones (letras) en la tabla?	¿De qué material dispongo para apoyar mis respuestas?

Sesión 5
Tiempo previsto
90 minutos

15 min

Lea la definición sobre semejanza de términos algebraicos, y las operaciones elementales de simplificación, suma y resta de polinomios.

Términos semejantes

Definición. Decimos que dos **términos algebraicos son semejantes** si tienen las mismas potencias, es decir, si tiene las mismas literales elevadas a los mismos exponentes.

Ejemplo.

El término algebraico: $3xy^2m^3$,

es semejante con: $-23y^2m^3x$, porque tienen las mismas letras elevadas a los mismos exponentes (Recuerda que el orden de los factores no altera el producto).

Pero, **no es semejante** con:

1) $3xym$, le faltan los exponentes 2 y 3 en las literales $\boldsymbol{y}$ y $\boldsymbol{m}$ respectivamente.
2) $-7xy^3m^2$, los exponentes de $\boldsymbol{y}$ y $\boldsymbol{m}$ son diferentes de 2 y 3 respectivamente.
3) $3y^2m^3$, falta la literal $\boldsymbol{x}$
4) $-5xm^3$, falta la potencia $\boldsymbol{y^2}$
5) $25xy^2$, falta la potencia $\boldsymbol{m^3}$
6) $-5xy^2qm^3$, le sobra la letra $\boldsymbol{q}$
7) $-5xy^2q^5m^3$, le sobra la potencia $\boldsymbol{q^5}$

Cuando en un polinomio hay dos términos algebraicos semejantes, estos se pueden **simplificar** en uno, para ello se suman sus coeficientes, y se escriben idénticas las potencias.

Ejemplo, dado el polinomio:

$$3xy^2m^3+25xy^2-5xy^2qm^3-23xy^2m^3-5xm^3-5xy^2$$

identificamos que:

$$\underbrace{3xy^2m^3}+\overbrace{25xy^2}-\mathbf{5}xy^2qm^3\underbrace{-23xy^2m^3}-5xm^3-\overbrace{5xy^2},$$

son semejantes, por tanto, sumamos 3 + -23 = -20 y 25 + -5 = 20,

por tanto,

$$\overbrace{20xy^2}-5xy^2qm^3\underbrace{-20xy^2m^3}-5xm^3$$

es la simplificación.

Sesión 5
Tiempo previsto 90 minutos

Cuando se quieren **sumar dos polinomios** P y Q, procedemos a formar uno solo $P+Q$, después se simplifica.

Ejemplo. Sea $P = 4x^2 - 6xy+9y^2$ y $Q=x^2+6xy+9y^2$, entonces

$$P+Q=(4x^2 - 6xy+9y^2)+(x^2+6xy+9y^2)$$

$$P+Q=4x^2 - 6xy+9y^2+x^2+6xy+9y^2$$

Simplificando: $P+Q=5x^2+18y^2$

Por el contrario, cuando queremos **restar dos polinomios** $P - Q$, cambiamos el signo a todos los términos del sustraendo, en este caso, Q.

Por ejemplo.

$$P - Q=(4x^2 - 6xy+9y^2) - (x^2+6xy+9y^2)$$

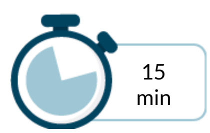
$$P - Q=4x^2 - 6xy+9y^2 - x^2 - 6xy - 9y^2$$

Simplificando: $P\text{-}Q=3x^2 - 12xy$

Como regla popular recuerda que "no se pueden sumar peras con manzanas."

Ahora, con números

Es decir, no son semejantes.



Solicite trabajar en binas para contestar las preguntas de la situación de aprendizaje.

Ciudad de México	a	$2d$	$0v$	i	$16c$	$2n$	$3f$	$6m$
Estado de México	$\frac{3}{2}a$	d	v	$4i$	c	n	$\frac{3}{2}f$	$4m$
Jalisco	a	$2d$	$0v$	$0i$	$6c$	n	f	m

1. ¿Qué expresión algebraica ofrece el total de delitos?

$$\frac{7}{2}a+5d+v+5i+23c+4n+\frac{11}{2}f+11m$$

Sesión 5
Tiempo previsto 90 minutos

2. ¿Se puede simplificar (acortar) esta expresión?

____

3. ¿Cuál es la expresión algebraica del total de delitos en Jalisco?

$$a+2v+6c+n+f+m$$

4. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa la diferencia del total de delitos de los tres estados con los delitos cometidos en Jalisco?

$$\frac{5}{2}a+3d+v+5i+13c+3n+\frac{9}{2}f+10m$$

5. ¿Cuál es la expresión algebraica de la diferencia del total de delitos de los tres estados con los delitos cometidos en la Ciudad de México?

$$\frac{5}{2}a+3d+v+4i+7c+2n+\frac{5}{2}f+5m$$

6. ¿Cuánto suman los delitos cometidos tanto en Jalisco como en la Ciudad de México?

$$2a+4d+i+22c+3n+4f+73$$

Cierre

5 min

En plenaria, solicite a una terna de binas, anotar en el pizarrón sus resultados y al grupo prestar atención y retroalimentar a sus compañeros.

Sesión 5
Tiempo previsto
90 minutos

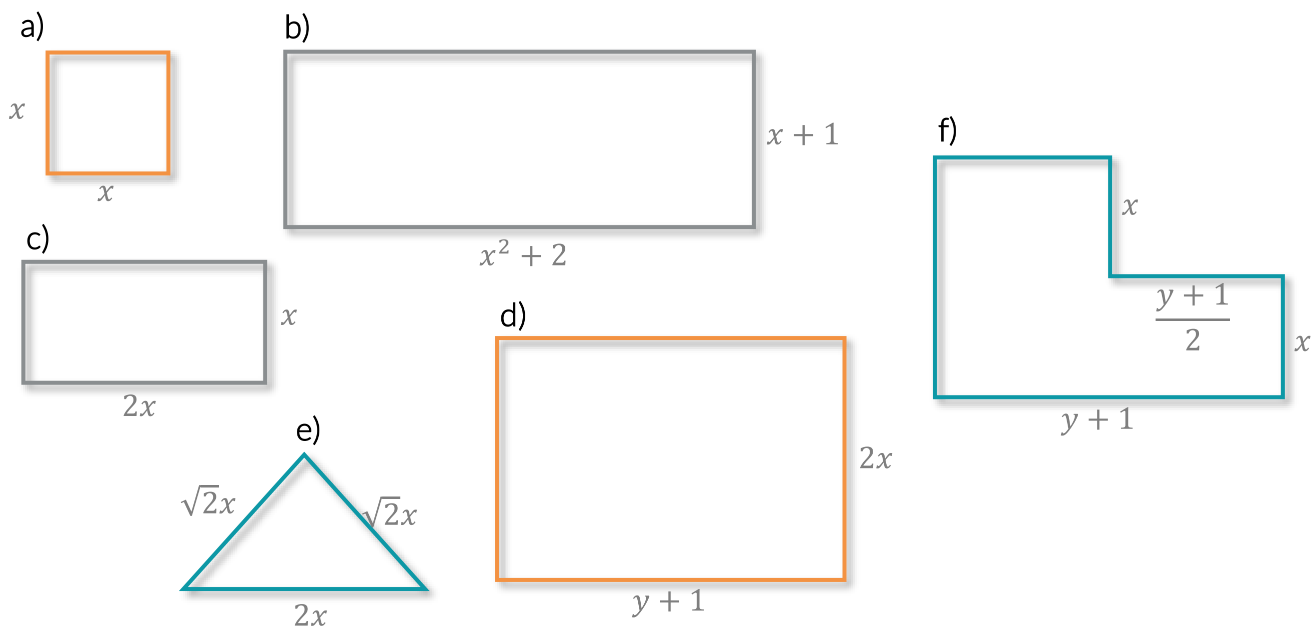
15 min

Producto 2. *"Serie de ejercicios"*

Pida al estudiante resolver los siguientes ejercicios, de manera individual.

Recuerda que el perímetro de una figura geométrica es la suma de sus lados.

1) Determina el perímetro de las siguientes figuras:



Perímetros

a) $4x$	b) $2x^2+2x+6$
c) $6x$	d) $2y + 4x + 2$
e) $2x+2\sqrt{2}x$	f) $2y + 4x + 2$

Sesión 5
Tiempo previsto 90 minutos

Si al perímetro de cada una de las figuras anteriores, le restamos su base, ¿cuál será el resultado?

a) $3x$	b) x^2+2x+4
c) $4x$	d) $y + 4x + 1$
e) $2\sqrt{2}x$	f) $y + 4x + 1$

En plenaria, dirija las siguientes preguntas recapitule y concluya con la importancia de los conceptos revisados.

1 ¿Qué son los términos semejantes?

R. Son los términos algebraicos que tienen las mismas literales elevadas a la misma potencia.

2. ¿Para qué nos sirven los términos semejantes?

R. Para simplificar una expresión algebraica.

3. ¿Cómo se hace una resta de polinomios?

R. Cambiando el signo a todos los términos del sustraendo.

Fuentes de información

Secretariado Ejecutivo del Sistema Nacional de Seguridad Pública. (2019). Incidencia delictiva del Fuero Común, nueva metodología. Recuperado de: https://www.gob.mx/sesnsp/acciones-y-programas/incidencia-delictiva-del-fuero-comun-nueva-metodologia?state=published

El Sol de México (2019). Fonseca, Francisco. Inseguridad problema nacional. Recuperado de: https://www.elsoldemexico.com.mx/analisis/inseguridad-problema-nacional-3130093.html

UNAM. Colegio de Matemáticas de la ENP. Becerra, José. Operaciones con monomios y polinomio. Recuperado de: http://dgenp.unam.mx/direccgral/secacad/cmatematicas/pdf/m4unidad04.pdf

SEP SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Sesión 6
Tiempo previsto
90 minutos

Resultado de aprendizaje		
Obtiene el producto de expresiones Algebraicas		
Contenido Central	**Contenido específico**	**Actitudes**
Sentido numérico y pensamiento algebraico	◆ Multiplicación de expresiones algebraicas Leyes de exponentes Monomio por Monomio Monomio por Polinomio Polinomio por Polinomio	Trabaja en equipo Participa de manera responsable en la vida pública Asertividad

Apertura

20 min

Solicite al grupo respondan las siguientes preguntas

¿Cuál es el área de un terreno rectangular que mide 6 metros de largo y 4 metros de ancho?

R. 24 metros cuadrados.

Justificación. El área de una figura rectangular se obtiene multiplicando el largo por el ancho, para este caso, se multiplican los 6 metros del largo por 4 de ancho, dando un resultado de 24 metros cuadrados. (Hacer énfasis que las unidades metros por metros, da metros cuadrados, dado que esto es un inicio a la ley de los exponentes).

¿Si al terreno se le recorta la mitad del ancho y la mitad del largo, el área, esta se reduce a la mitad?

R. No, no se reduce a la mitad.

Justificación. Si el largo y el ancho son reducidos a la mitad, quedaría como resultado una figura rectangular de 3 metros de largo por 2 de ancho, cuya área seria de 6 metros cuadrados lo cual no es la mitad de 24 metros cuadrados.

¿Qué porcentaje del área recortada representa del área original?

R. El área recortada representa el 75% del área original.

Sesión 6
Tiempo previsto 90 minutos

Justificación. Si a los 24 metros cuadrados originales le restamos los 6 metros cuadrados del rectángulo restante, nos da 18 metros cuadrados esta sería el área recortada.

Ordene al grupo en filas y columnas de tal modo que cada uno tenga un espacio bien definido para trabajar.

Indique a los estudiantes que desde su lugar y, sin utilizar ninguna clase de regla o dispositivo electrónico intente realizar las siguientes mediciones:

1. ¿A cuántos pasos te encuentras de la puerta?
2. ¿Cuántas hojas podrías colocar, sin encimarlas, en tu escritorio?
3. Si colocas un lápiz en seguida del otro, ¿cuántos necesitarías para cubrir el borde de tu escritorio?
4. ¿Cuántos pizarrones, caben en la pared? Sin encimarlos.

Pregunte:

5. ¿El salón en que te encuentras es completamente cuadrado? ¿En caso de no serlo, cuales paredes son las más alejadas?
6. ¿Cómo podrías demostrar que es o no es cuadrado?

Compartan con sus compañeros sus respuestas.

¿Las respuestas dadas por tus compañeros varían mucho de lo que pensaste? ¿A qué se debe?

¿Podrías calcular longitudes, superficies utilizando objetos de distintas dimensiones?

Escriba en el pizarrón el resultado de aprendizaje, los contenidos a desarrollar en la sesión y las actitudes que se espera que muestren, explique por qué son importantes.

Resultado de aprendizaje

- Obtiene el producto de expresiones Algebraicas

Contenidos

- Leyes de Exponentes para Multiplicación
- Producto de Monomios
- Monomios por Polinomios
- Polinomios por Polinomios
- Productos notables

Actitudes

- Trabaja en equipo
- Participa de manera responsable en la vida pública
- Asertividad

Sesión 6
Tiempo previsto
90 minutos

Desarrollo

8 min

En plenaria con el grupo, realice las siguientes preguntas y rescate las ideas más importantes de cada una:

1. ¿Qué es un término algebraico? ¿Y cuáles son los elementos que lo componen?

   R= Término es una expresión algebraica que consta de un solo símbolo o de varios símbolos no separados entre sí por el signo + o -, está compuesto por coeficientes, literales, y exponentes.

2. ¿Qué es un monomio?

   R. Es una expresión algebraica que consta de un solo termino por ejemplo $3a, 2xy, -5x^2$

3. ¿Qué es un polinomio?

   R. Es una expresión algebraica que consta de más de un solo término, como a+b, x-y, 2xy+7x-2y

4. ¿Qué es una potencia o exponente?

   R. Es un número pequeño colocado arriba a la derecha de una cantidad, el cual indica las veces que dicha cantidad, llamada base se toma como factor, por ejemplo; $2^5=2*2*2*2*2$

5. ¿Qué son las leyes de los exponentes?

   R. Son reglas para determinar los nuevos exponentes cundo la expresión algebraica involucra multiplicaciones y divisiones de polinomios.

6. ¿Cómo se calcula la superficie de una figura rectangular o cuadrada?

   R. La superficie de estas figuras se obtiene multiplicando la longitud de un lado por la longitud del lado adyacente.

12 min

Solicite leer la siguiente información de forma individual.

LEY DE LOS EXPONENTES

Para multiplicar potencias de la misma base se escribe la misma base y se le pone por exponente la suma de los exponentes de los factores. Así,

$$a^4 * a^3 * a^2 = a^{4+3+2} = a^9$$

LEY DE LOS COEFICIENTES

El coeficiente del producto de dos factores es el producto de los coeficientes de los factores. Así,

$$3a * 4b = 3 * 4 * a * b = 12ab$$

Recordando que el orden de los factores no altera el producto.

MULTIPLICACION DE MONOMIOS

Se multiplican todos los coeficientes y a continuación de este producto se escriben todas las letras de los factores en orden alfabético, aplicando la ley de los exponentes para cada literal, así mismo se deberán aplicar leyes de los signos.

Ejemplo:

$$4a^2 * 5a^3 = 4 * 5 * a^{2+3} = 20a^5$$

$$\left(2a^3b^2\right)\left(a^4\right)(6ab) = 2 * 1 * 6 * a^{3+4+1} * b^{2+1} = 12a^8b^3$$

$$\left(-3x^4\right)(6x)\left(-5x^{-2}\right) = - * - * 3 * 6 * 5 * x^{4+1-2} = +60x^3 = 60x^3$$

MULTIPLICACION DE MONOMIO POR POLINOMIO

Se multiplica el monomio por cada uno de los términos del polinomio, teniendo en cuenta en cada caso la regla de los signos, la ley de los coeficientes y ley de exponentes.

Ejemplo:

$$a(b+c) = a * b + a * c = ab + ac$$

$$3x^2\left(5x^3 - 6xy\right) = 3 * 5 * x^{3+2} - 3 * 6x^{2+1}y = 15x^5 - 18x^3y$$

$$-2xy\left(4x^2y^3 - 3x^{-5}y^2\right) = -2 * 4 * x^{1+2} * y^{1+3} - * -2 * 3 * x^{1-5}y^{1+2} = -8x^3y^4 + 6x^{-4}y^3$$

MULTIPLICACION DE POLINOMIOS

Se multiplican todos los términos del primer polinomio por cada uno de los términos del segundo polinomio, teniendo en cuenta la regla de los signos, la Ley de coeficientes y la Ley de exponentes, y se reducen los términos semejantes.

Ejemplo:

$$(a - b + c)(x - y) = a * (x - y) - b * (x - y) + c * (x - y) = ax - ay - bx + by + cx - cy$$

$$(x+2)(x - 3) = x * (x - 3) + 2 * (x - 3) = x * x - 3 * x + 2 * x + 2 * -3 = x^2 - 3x + 2x - 6 = x^2 - x - 6$$

$$(7x - 3)(4+2x) = 7x * 4 + 7x * 2x - 3 * 4 - 3 * 2x = 28x + 14x^2 - 12 - 6x = 14x^2 + 28x - 6x - 12 = 14x^2 + 22x - 12$$

Sesión 6
Tiempo previsto
90 minutos

PRODUCTOS NOTABLES

Se llaman PRODUCTOS NOTABLES a ciertos productos que cumplen reglas fijas y cuyo resultado puede ser escrito por simple inspección, es decir, sin verificar la multiplicación.

BINOMIOS CON TÉRMINO COMUN

Se dice que es de término común por que ambos binomios están conformados por el mismo término algebraico, entonces su regla es:

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

Ejemplos de Binomios con término común:

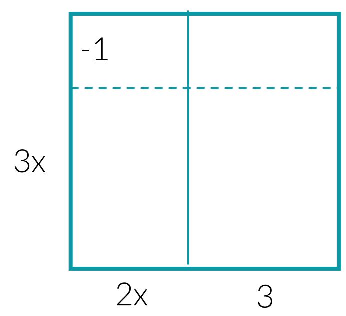
$$(y+2)(y+5)=(y)^2+(2+5)(y)+(2)(5)=y^2+7y+10$$

$$(2x+1)(2x-3)=(2x)^2+(1-3)(2x)+(1)(-3)=4x^2-4x-3$$

En caso de considerarlo necesario, puede utilizar más ejemplos

10 min

Ejemplo: Se tiene un terreno rectangular de base 2x+3 y de ancho 3x-1 el cual esta representado graficamente de la siguiente forma:



Observese que se forman 4 regiones, cada una con su propia area.

Recordando que el área se obtiene con: **A=b*a** donde *b* es el ancho y *a* la altura, tenemos:

El area del primer rectangulo es $3x*2x=6x^2$

El area del segundo rectangulo es $2x*-1=-2x$

El tercero tiene área $3x*3=9x$

Y el cuarto tiene un área de $-1*3=-3$

Por lo tanto, el área total de la figura se puede calcular, sumando las áreas más pequeñas que componen la figura, entonces:

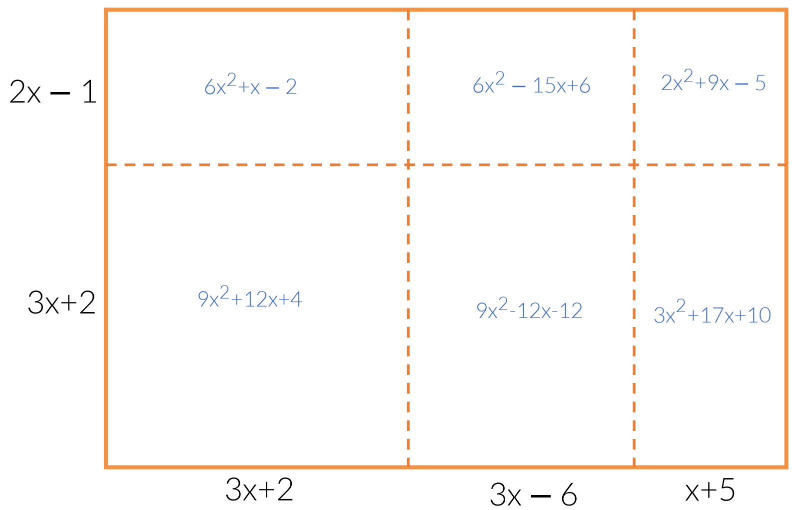
$$A=6x^2+-2x+9x+-3=6x^2+7x-3$$

Sesión 6
Tiempo previsto
90 minutos

20 min

Forme equipo de 6 integrantes y pida que resolver el siguiente ejercicio.

En la siguiente figura se observa un rectángulo formado por 6 piezas, cada una de las piezas tiene dimensiones diferentes, marcadas a los bordes.



1. ¿Cuál es el área de cada una de las 6 piezas? (puedes escribir tus resultados sobre la figura).
2. ¿Cuál es el área total de la figura? R. $35x^2+12x+1$
3. ¿De qué otra forma podrías calcular el área total de la figura?

Cierre

20 min

En plenaria, motive a los estudiantes para que expongan los resultados y la forma en que calcularon el área total. Si no es mencionado, puntualice que el área total puede ser calculada mediante la suma de cada uno de los lados y posterior la multiplicación de ambas expresiones.

Sesión 6
Tiempo previsto
90 minutos

Solicite al alumno resolver los siguientes ejercicios, e indique que al terminar intercambien resultados con su compañero de al lado y comparen sus resultados.

1. ¿Cuál es el resultado de multiplicar $3x^2+2$ por $5x$?

   R. $15x^3+10x$

2. ¿Cuál es el signo del producto de $(-5x^2)(6x)(-75x^3)(-126x^7)$?

   R. NEGATIVO

3. Teniendo en cuenta que $(a+b)^2=(a+b)(a+b)$ ¿Cuál es el resultado de $(2x+5)^2$?

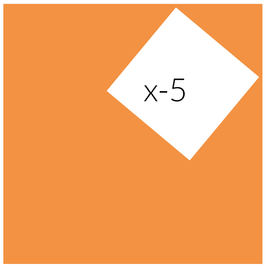
   R. $4x^2+20x+25$

4. ¿Cuál es el producto de multiplicar $3x^2+2$ con $2x^5-1$?

   R. $6x^7+4x^5-3x^2-2$

5. ¿Cuál es el área sombreada de la siguiente figura, si ambos polígonos son cuadrados?

   R. $7x^2+22x-21$



3x+2

Proporcione a los alumnos los resultados para que verifiquen y corrijan sus respuestas, en plenaria pregunte cual fue el mayor obstáculo al que se enfrentaron.

Solicite el material para la siguiente sesión:

1. Hojas de papel tamaño carta, de preferencia de rehúso
2. Tijeras

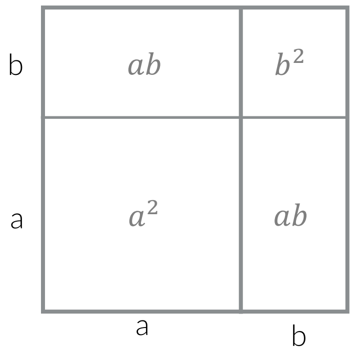
Sesión 6
Tiempo previsto
90 minutos

Para profundizar en los contenidos, sugiera al estudiante revisar las reglas para los productos notables.

BINOMIO AL CUADRADO

Es aquel binomio que es multiplicado por sí mismo es decir $(a+b)^2=(a+b)(a+b)$

Resolvemos



$(a+b)(a+b)=a^*(a+b)+b^*(a+b)=a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2$

En esta figura se representa de manera gráfica como es el producto de un binomio $\boldsymbol{a+b}$ por el mismo.

El cuadrado tiene por lados la dimensión $\boldsymbol{a+b}$, y su área total es el resultado de multiplicar lado por lado, así como también es el resultado de sumar cada uno de los cuadriláteros que se forman en su interior, esto es:

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

Se puede decir también:

El cuadrado de la suma de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera más el doble de la primera cantidad por la segunda más el cuadrado de la segunda.

NOTA: Observe que en binomios al cuadrado, cuando uno de los dos términos es negativo, el término que se encuentra a la mitad cambia a negativo, los extremos generalmente son positivos.

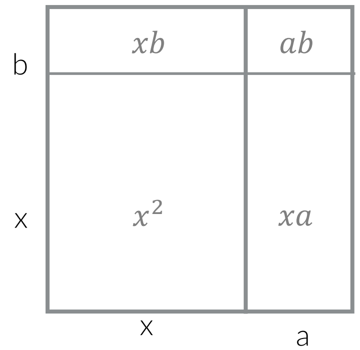
BINOMIO CON TÉRMINO COMÚN O DE LA FORMA $(\boldsymbol{x+a})(\boldsymbol{x+b})$

Se dice que es de término común porque ambos binomios están conformados por el mismo término algebraico, por ejemplo:

SEP
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Sesión 6
Tiempo previsto
90 minutos

La expresión (x+a)(x+b) tiene por término común a x ya que aparece en ambos binomios y con mismo signo, resolvamos:



$$(x+a)(x+b)=x^*(x+b)+a^*(x+b)=x^2+xb+xa+ab$$

En la figura se muestra un rectángulo de base $x+a$ y ancho $x+b$, su área total es la suma de cada uno de los rectángulos más pequeños, entonces:

$(x+a)(x+b)=x^2+xb+xa+ab$

Dado que los términos xb y xa son semejantes porque ambos están siendo multiplicados por x, se pueden reescribir xb+xa=(a+b)x

Entonces, $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

Se puede decir también:

El primer término es el término común al cuadrado, el segundo término es producto de la suma de los términos diferentes por el termino común, y el tercer término es el producto de los términos diferentes del binomio

BINOMIOS CONJUGADOS

Se dice que un binomio es conjugado a otro cuando uno de los términos del primer binomio es igual con el del segundo binomio y los dos términos restantes son similares, pero con signos opuestos, por ejemplo:

La expresión $(x+a)(x-a)$ se dice que es un binomio conjugado, porque tiene un término en común que es x, mientras que el término diferente a, aparece en ambos binomios pero en uno es positivo y el otro negativo.

Aplicando la regla del binomio con término común tenemos:

$$(x+a)(x-a)=(x)^2+(a-a)(x)+(a)(-a)=x^2+(0)x-a^2$$

Recordando que cero multiplicado por cualquier termino algebraico o aritmético es cero, la regla quedaría:

$$(x+a)(x-a)=x^2-a^2$$

Se puede decir también:

El producto de un binomio conjugado es el cuadrado del término que es igual en ambos binomios menos el cuadrado del término que tiene diferente signo

Fuentes de información:

Baldor, A. (2007). Álgebra. México: Grupo Editorial Patria.

Virtual (2015. Marzo 18) Multiplicación de polinomios ejemplo 1 de 5 | Álgebra – Virtual. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=cotRZEAIdJg

Sesión 7
Tiempo previsto 90 minutos

Resultado de aprendizaje		
Calcula el valor numérico de expresiones algebraicas.		
Contenido Central	**Contenido específico**	**Actitudes**
Sentido numérico y pensamiento algebraico	◆ Valores numéricos de una expresión algebraica	Conoce sus debilidades y fortalezas Cuida el medio ambiente Responsabilidad

Apertura

10 min

Mencione lo siguiente:

En la sesión anterior se trabajó con multiplicaciones de polinomios donde los resultados quedaban en función aun de las variables, en esta ocasión nos enfocaremos en darle una dirección más tangible a nuestra vida cotidiana.

Realice al grupo las siguientes preguntas, en este momento todo será suposición, no es necesario, que lo intenten hacer.

1. Si tomas una hoja normal de papel, ¿cuántas veces la puedes doblar a la mitad?
2. Al finalizarla de doblar lo más posible, ¿La podrías cortar a la mitad sin utilizar algún instrumento con filo?
3. ¿Podrías cortarla a la mitad utilizando un instrumento con filo?
4. Si ahora intentas doblar 2 hojas de papel juntas, ¿crees poder doblarlas la misma cantidad de veces que cuando estaba una sola?
5. Si vas duplicando la cantidad de hojas que quieres doblar a la mitad juntas, ¿hasta qué cantidad de hojas crees poder hacerlo?

En plenaria grupal, comparen sus respuestas e intenten llegar a un número en concreto para cada situación.

Anote en la pizarra o en una hoja las respuestas que el grupo considero que eran las correctas.

Sesión 7
Tiempo previsto
90 minutos

15 min

Solicite a los alumnos que tomen una hoja tamaño carta, de preferencia de reusó y sigan las indicaciones.

1. Intenten doblarla a la mitad tantas veces puedan. ¿Coincidió con su suposición anterior?
2. Sin desdoblar la hoja, ¿creen poder partirla por la mitad? Inténtelo.
3. ¿Se pudo? Si contaran con tijeras ¿Se puede cortar por la mitad?

Solicite solo a un alumno que pase al frente e intente cortar la hoja doblada con un par de tijeras.

4. Con un compañero junten sus hojas y dóblenlas tantas veces puedan, a continuación, junten su par de hojas con el par de otros compañeros y sigan replicando la actividad y uniéndose con otros compañeros, hasta el punto donde ya no las puedan doblar. ¿Hasta cuantas hojas se puede doblar a la mitad?
5. Comparen sus respuestas actuales, con las suposiciones antes hechas.

Consense con el grupo, y pregunte, si estaban en lo correcto y en caso de no ser así que es lo que piensan al respecto de lo que acaban de experimentar.

Solicite a los estudiantes, lean en su manual el resultado de aprendizaje que se va a desarrollar y las actitudes que se espera que muestren.

Resultado de aprendizaje

- En esta sesión, trabajaremos con el valor numérico de las expresiones algebraicas y de las ventajas que tiene el uso de estas en la vida cotidiana.

Actitudes

- Conoce sus debilidades y fortalezas
- Cuida el medio ambiente
- Responsabilidad

Sesión 7
Tiempo previsto
90 minutos

Desarrollo

15 min

Explique que se retomará el problema “Expresiones algebraicas de cifras de delitos” de la sesión e indique que lean la nueva la situación de aprendizaje considerando la tabla de relaciones y los datos registrados en la “Incidencia delictiva del Fuero Común 2019*”.

Ciudad de México	a	2d	0v	i	16c	2n	3f	6m
Estado de México	$\frac{3}{2}a$	d	v	4i	c	n	$\frac{3}{2}f$	4m
Jalisco	a	2d	0v	0i	6c	n	f	m

Donde:

a: total de delitos por homicidios culposos por accidentes de tránsito en C. de México=58.

d: total de delitos por daños a la propiedad en E. de México= 576

v: total de delitos por violencia de género en E. de México = 97

i: total de delitos por incumplimiento de obligaciones por asistencia familiar en C. de México=42

c: total de delitos por corrupción de menores en E. de México = 5

n: total de delitos de narcomenudeo en Jalisco= 180

f: total de delitos por falsificación en Jalisco= 139

m: total de delitos contra el medio ambiente en Jalisco = 1

*Secretariado Ejecutivo del Sistema Nacional de Seguridad Pública. (2019). Incidencia delictiva del Fuero Común 2019. Recuperado de: https://drive.google.com/file/d/1YQc60W3s1SatKWZUbUNFiiK5Xw8goJ5t/view

Sí, estas tendencias y relaciones son el punto de partida para las acciones que emprenderá el gobierno de México, en cada tipo de delito, en el mes de marzo. Contesta:

1. ¿Cuánto suman el total de los delitos cometidos tanto en Jalisco como en la Ciudad de México?
2. ¿Cuál es el total de delitos por homicidio culposo?
3. ¿Cuál es el total de delitos por violencia de género?
4. ¿Cuál es el total de delitos por falsificación?
5. ¿Cuál es la diferencia entre el total de delitos por daños a la propiedad y narcomenudeo?

6. ¿Cuál es la diferencia de los delitos cometidos por incumplimiento de obligaciones por asistencia familiar en EL E. de México y la C. de México?

Pida al estudiante que lea como se obtiene el valor numérico de una expresión algebraica y que analicen los ejemplos:

Para calcular el valor numérico de una expresión algebraica utilizaremos la sustitución de variables, es decir, cambiaremos la literal o letra, que es la que representa la variable en la ecuación por un valor numérico, se realizará la operación correspondiente y se obtendrá un valor numérico.

Una de las ventajas del álgebra es que, de una manera práctica, se puede calcular y observar el comportamiento de un fenómeno, con el simple cambio de una variable.

Ejemplo1.

Se sabe que un carro viaja a una rapidez de 50 km/hr ¿Qué distancia habrá recorrido después de 30 minutos, 2 horas y 3 horas?

Se puede trabajar de la siguiente forma, planteamos una ecuación que represente lo que estamos buscando, es decir, la pregunta del problema nos pide distancia y el ejercicio nos da una velocidad fija, entonces:

Se sabe que la distancia (d) es producto de la velocidad (v) y el tiempo (t), por lo tanto, se expresa de la siguiente forma:

$$d=v*t$$

Para t=30 min convertimos a horas entonces $t=\frac{1}{2}hr$

Sustituimos:

$$d=\left(50\,\frac{km}{hr}\right)*\left(\frac{1}{2}hr\right)=50*\frac{1}{2}=25\text{ km}$$

En las unidades, tenemos hr que divide y hr que multiplican, entonces ambas se eliminan quedando solo km que son las unidades correctas de distancia.

Hacemos lo correspondiente para cada caso.

Para t=2 hr $\quad d=\left(50\,\frac{km}{hr}\right)*(2\text{ hr})=100\text{ km}$

Para t=3 hr $\quad d=\left(50\,\frac{km}{hr}\right)*(3\text{ hr})=150\text{ km}$

También se puede construir una tabla para observar cómo varia el resultado en función del dato que nos pide, esto es conocido como tabulación.

Sesión 7
Tiempo previsto 90 minutos

Ejemplo 2.

Preparando el próximo inicio a clases, se tiene que comprar cierta cantidad de cuadernos y lápices para poder iniciar a trabajar durante el semestre, se sabe que en cierta papelería los cuadernos cuestan 15 pesos, mientras que el juego de lápices y plumas cuesta 20 pesos.

¿Cuánto dinero se necesita en cada caso para comprar todo lo requerido?

- Caso 1: 4 cuadernos y 2 juegos de lápices.
- Caso 2: 6 cuadernos y 1 juego de lápices.
- Caso 3: 7 cuadernos y 3 juegos de lápices.
- Caso 4: 5 cuadernos y 5 juegos de lápices.

Una expresión que nos permite representaría el costo de la compra sería:

$$\text{costo}=(A\ \text{cuadernos})(\$15)+(B\ \text{lápices})(\$20)$$

Donde A y B representan las cantidades de cada artículo y serán multiplicadas por el costo correspondiente a cada uno de ellos, utilizamos la siguiente tabla:

Caso	Cuadernos	Lápices	Operación	Resultado
1	4	2	$C=(4)*15+(2)*20$ $C=60+40$	$C=100$
2	6	1	$C=(6)*15+(1)*20$ $C=90+20$	$C=110$
3	7	3	$C=(7)*15+(3)*20$ $C=105+60$	$C=165$
4	5	5	$C=(5)*15+(5)*20$ $C=75+100$	$C=175$

Nota: Recuerda tener siempre en cuenta las jerarquías de operaciones, reglas de signos, de exponente y coeficientes, todos vistos en sesiones anteriores.

Resuelva las dudas que el alumnado pueda tener, y en caso de considerarlo necesario puede utilizar más ejemplos.

Pida resuelvan el siguiente ejercicio. Supervise la actividad y aclare dudas.

Sesión 7
Tiempo previsto
90 minutos

Ejercicio 1. Encuentra el valor numérico que se pide, llenando los espacios de la siguiente tabla:

A	B	Operación	Resultado
5	2	$3A+2B=3(5)+2(2)=15+4$	R. 19
-4	3	$2A-5B=2(-4)-5(3)=-8-15$	R.-23
2	3	$2B-4A=2(2)-4(3)=4-12$	R.-8
3	1	$(A+B)^2=(3+1)^2=(4)^2$	R. 16
-6	-2	$(4A-5B)^2=(4(-6)-5(-2))^2$ $=(-24+10)^2=(-14)^2$	R.196

20 min

Asigne un número consecutivo a los estudiantes del grupo (del 1 al 6), repita la numeración, hasta terminar con todo el grupo y forme equipos agrupándolos por el número asignado (unos con unos, dos con dos, etc.).

Solicite resuelvan el problema "Expresiones algebraicas de cifras de delitos" y considerando la tabla de relaciones y los datos registrados en la "Incidencia delictiva del Fuero Común 2019*", contesten las preguntas.

Ciudad de México	a	2d	0v	i	16c	2n	3f	6m
Estado de México	$\frac{3}{2}a$	d	v	4i	c	n	$\frac{3}{2}f$	4m
Jalisco	a	2d	0v	0i	6c	n	f	m

Donde,

a: total de delitos por homicidios culposos por accidentes de tránsito en C. de México=58.

d: total de delitos por daños a la propiedad en E. de México= 576

v: total de delitos por violencia de género en E. de México = 97

i: total de delitos por incumplimiento de obligaciones por asistencia familiar en C. de México=42

c: total de delitos por corrupción de menores en E. de México = 5

n: total de delitos de narcomenudeo en Jalisco= 180

f: total de delitos por falsificación en Jalisco= 139

m: total de delitos contra el medio ambiente en Jalisco = 1

*Secretariado Ejecutivo del Sistema Nacional de Seguridad Pública. (2019). Incidencia delictiva del Fuero Común 2019. Recuperado de: https://drive.google.com/file/d/1YQc60W3s1SatKWZUbUNFiiK5Xw8goJ5t/view

Sesión 7
Tiempo previsto
90 minutos

Sí, estas tendencias y relaciones son el punto de partida para las acciones que emprenderá el gobierno de México, en cada tipo de delito, en el mes de marzo. Contesta:

1. ¿Cuánto suman el total de los delitos cometidos tanto en Jalisco como en la Ciudad de México?

R. 6475

2. ¿Cuál es el total de delitos por homicidio culposo?

R. 203

3. ¿Cuál es el total de delitos por violencia de género?

R. 97

4. ¿Cuál es el total de delitos por falsificación?

R. 764.5

5. ¿Cuál es la diferencia entre el total de delitos por daños a la propiedad y narcomenudeo?

R. 2160

6. ¿Cuál es la diferencia de los delitos cometidos por incumplimiento de obligaciones por asistencia familiar en EL E. de México y la C. de México?

R. 126

Entidad	Tipo de delito								Total
	a	d	v	i	c	n	f	m	
Ciudad de México	58	1152	0	42	2880	360	417	6	4915
Estado de México	87	576	97	168	5	180	208.5	4	1325.5
Jalisco	58	1152	0	0	30	180	139	1	1560
Total	203	2880	97	210	2915	720	764.5	11	7800.5

Integre a los dos primeros equipos que terminen a los demás equipos. Para ello, utilice la técnica “El Embajador”. Los integrantes de los primeros equipos que concluyan son los embajadores que llevan el resultado y explican el procedimiento. Revise que todos los equipos coincidan con los resultados.

SEP SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Sesión 7
Tiempo previsto
90 minutos

Cierre

10 min

Coordine la plenaria para que dos o tres equipos expongan sus resultados. Señale la importancia de seleccionar correctamente el elemento al que se refiere cada problema, además de elegir la expresión adecuada para el cálculo.

15 min

Individualmente realiza los siguientes cálculos.

1. Se sabe que la superficie alcanzada por una onda de sonido se puede calcular utilizando la expresión algebraica $S=3.14 * (.3 * t)^2$, donde t representa el tiempo transcurrido desde que inicio la onda, Calcula el valor de S para t= 1, 2, 3, 4, 5.

t	Operación	Resultado
1	$S=3.14 * (.3 * 1)^2=3.14 * (.3)^2 = 3.14 * 0.09$	R. 0.2826
2	$S=3.14 * (.3 * 2)^2=3.14 * (.6)^2 = 3.14 * 0.36$	R. 1.1304
3	$S=3.14 * (.3 * 3)^2=3.14 * (.9)^2 = 3.14 * 0.81$	R. 2.5434
4	$S=3.14 * (.3 * 4)^2=3.14 * (1.2)^2 = 3.14 * 1.44$	R. 4.5216
5	$S=3.14 * (.3 * 5)^2=3.14 * (1.5)^2 =3.14 * 2.25$	R. 7.065

2. El peso de un objeto depende directamente de la masa del objeto y la gravedad. Y sabiendo que la gravedad es aproximadamente $9.8\frac{m}{s^2}$, entonces tenemos que:

$$w = 9.8 * m$$

Calcula w para m= 65 kg, 80 kg, 54 kg, 95 kg y 72 kg, Las unidades resultantes de w es N (newton)

m=65	m=80	m=54	m=95	m=72
w=637 N	w=784 N	w=529.2 N	w=931 N	w=705.6 N

Compara tus respuestas con tus compañeros, si tienen dudas, consulten al docente (alumno).

Por último, invite a los estudiantes a reflexionar sobre el siguiente caso.

Recordando la actividad de las hojas de papel, se dieron cuenta que quizá una hoja de papel no representa resistencia, pero que conforme se va duplicando, ya representa un esfuerzo mayor el poder manipularlo. ¿Crees que sea el único caso? ¿Pasará lo mismo con la basura que uno genera?

Si quieres saber más sobre lo que realmente significa doblar una hoja de papel más de 8 veces, te recomiendo el siguiente video https://www.youtube.com/watch?v=f1VScyIBN-U

Fuentes de información

José Andalón (2018, septiembre 16) "CUANTAS VECES tienes que DOBLAR una HOJA para llegar a la LUNA" recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=f1VScyIBN-U

Sesión 8
Tiempo previsto
90 minutos

Resultado de aprendizaje		
Resuelve problemas o situaciones que involucren el uso de ecuaciones lineales con una incógnita.		
Contenido Central	**Contenido específico**	**Actitudes**
Manejo de información	◆ Ecuaciones lineales de una incógnita	Confía en sus capacidades Convive de manera armónica Eficacia

Apertura

5 min

- Escriba en un papel el número – 1.
- Realice la dinámica "**Juega a el mago de los números**".
- Mencione a los alumnos que va a hacer un truco de magia, pero para ello requiere que realicen las siguientes indicaciones:
  1. Todos a la vez en su lugar piensen en un número, cada uno, un número diferente el que quieran, se pueden apoyar en su cuaderno para realizar las operaciones; ahora:
  2. Multiplícalo por 5.
  3. Súmale 1.
  4. Multiplica el resultado por 2.
  5. Réstale 12.
  6. Divide tu resultado por 10.
  7. Réstale tu número inicial.

- Saque de su bolsillo el papel donde apunto el -1. y muéstrelo a los alumnos y diciendo que ese es su resultado.

Sesión 8
Tiempo previsto
90 minutos

10
min

Pregunte:

¿Cómo se sintieron al realizar esta actividad?

¿Les sorprendió?

¿Crees que en realidad sea magia o que está pasando?

Presente y explique cómo se obtendrá el resultado de aprendizaje:

- Resuelve problemas o situaciones que involucren el uso de ecuaciones lineales con una incógnita.

Explique brevemente los contenidos a desarrollar en la sesión

- Ecuaciones lineales de una incógnita.

Mencione a los alumnos la introducción o puede realizar una similar a la propuesta.

Introducción:

Para llegar al actual proceso de resolución de la ecuación $ax + b = c$ han pasado más de 3000 años. Los egipcios nos dejaron en sus papiros multitud de problemas matemáticos resueltos.

Las ecuaciones más utilizadas por los egipcios eran de la forma:

$$\underline{x + ax = b} \quad \text{o} \quad \underline{x + ax + bx = c}$$

Donde **a**, **b** y **c** eran números conocidos y x la incógnita que ellos denominaban aha o montón. Una ecuación lineal que aparece en el papiro de Rhid responde al problema siguiente:

"Un montón y un séptimo del mismo es igual a 24".

En notación moderna, la ecuación será: $x+\frac{1}{7}x=24$.

La solución la obtenía por un método que hoy conocemos con el nombre de "método de la falsa posición" o "regula falsi". Consiste en tomar un valor concreto para la incógnita, probamos y si se verifica la igualdad ya tenemos la solución, si no, mediante cálculos obtendremos la solución exacta.

Sesión 8
Tiempo previsto
90 minutos

Desarrollo

10 min

Realice la siguiente lectura.

“La sabiduría del gran mago”

María dijo: cierto día un gran mago me ordenó:

Piensa un número cualquiera.

Súmale 3.

Multiplica el resultado por 2.

Réstale 8.

Divide por 2.

Me preguntó: ¿Cuánto te da?

Yo le contesté: me da 54.

Él me dijo, inmediatamente: él número que pensaste es 55

Sorprendida exclame: ¡¿cómo lo hizo?!

15 min

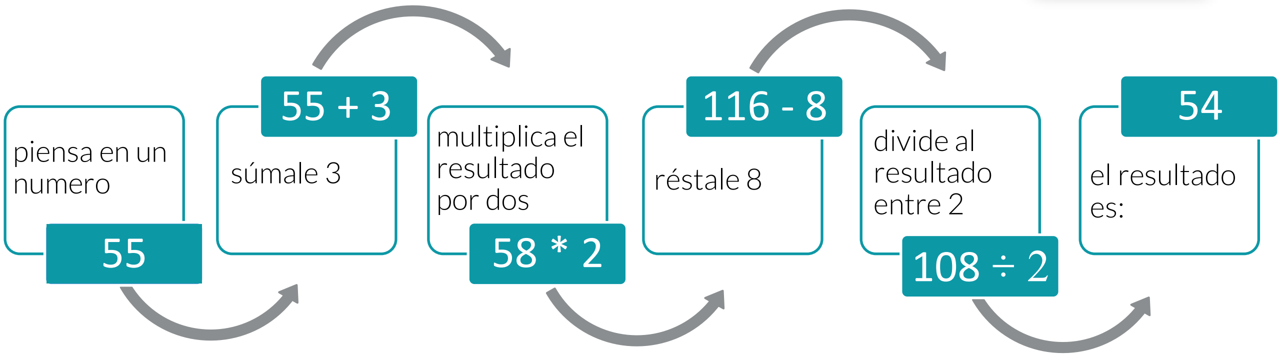
Solicite a los estudiantes que de manera individual respondan lo siguiente:

¿En qué consiste el truco del gran mago?

¿Cuento con las herramientas y conocimiento para determinar el truco?

Manos a la obra: de acuerdo a la lectura y con los datos que ahí menciona, coloca en los recuadros la operación aritmética que cumpla con el enunciado.

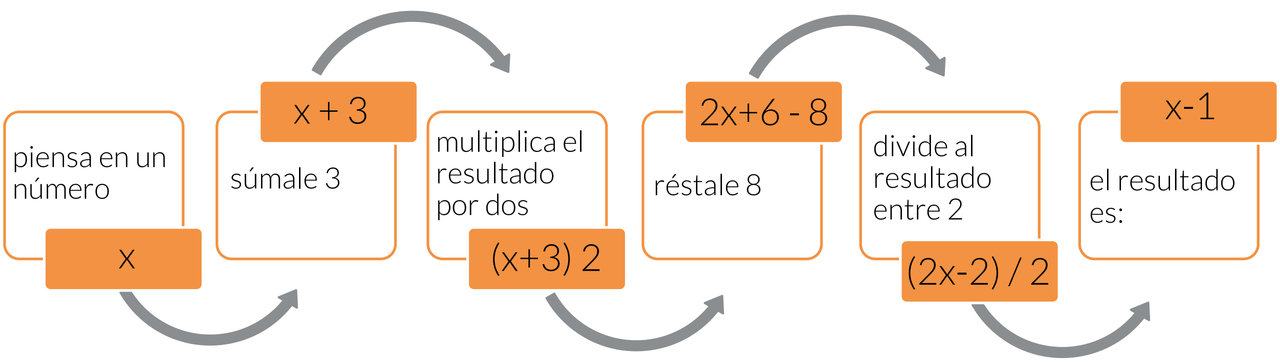
Sesión 8
Tiempo previsto 90 minutos



Responde las siguientes preguntas:

1. ¿El resultado final es el mismo que el valor inicial? R. No
2. ¿Qué hace falta para obtener el resultado inicial? R. Sumar 1
3. Elabora una proposición (igualdad), entre el valor final y el valor inicial: R. 54= 55 -1
4. ¿A la expresión anterior se le puede llamar ecuación matemática? R. sí
5. ¿Por qué? R. Por ser una igualdad entre dos cantidades.

Ahora en el siguiente esquema, sigue las mismas instrucciones, pero ahora cambia el número inicial por una incógnita que represente un número cualquiera.



Responde las siguientes preguntas:

6. Elabora una proposición o una igualdad, entre el valor final de ambos diagramas:

   R. $x - 1 = 54$ o $54 = x - 1$

7. ¿A la expresión anterior se le puede llamar ecuación algebraica? R. si

   ¿Por qué? R. Por ser una igualdad entre dos cantidades además de incorporar literales o incógnitas.

8. ¿Qué valor debe tomar la incógnita x para que sea una ecuación verdadera? R. (55)-1=54

Sesión 8
Tiempo previsto
90 minutos

10 min

Realice en el pizarrón la demostración del planteamiento y solución de la ecuación:

En este ejemplo, la respuesta, gracias al álgebra, al traducir las órdenes del gran mago:

Piensa un número x ; x+3 ; 2(x+3) ; (2x+6)-8 ; (2x – 2)÷2 ; x – 1 ; queda claro que el número inicial x es uno más que el final. Ósea x = (x-1) +1 , esto cumple la igualdad x = x

Presente al alumno que es una ecuación de primer grado con una variable, y su posible solución. (se sugiere la siguiente definición, el docente puede tomar su propio concepto).

¿Qué es una ecuación?

Una ecuación algebraica es una combinación de uno o más términos separados con un símbolo de “igualdad”, es decir el símbolo “=”. Los términos son las expresiones algebraicas (monomios, bi o trinomios, etc) que -como sabemos- están compuestas de constantes y variables. Los términos pueden ser numéricos, alfa expresión numérica, etc. Los términos están conectados uno con el otro con la ayuda de suma (+) o símbolos de resta (-).

$$\begin{array}{rcr} x + 5 & = & 3 \\ -5 & & -5 \\ \hline x & = & -2 \end{array}$$

Por ejemplo, la expresión 5 + 3 es igual a la expresión 6 + 2 (porque ambas son iguales a 8).

Ahora bien, si se incluye una variable.

Por ejemplo, la ecuación x+2=6, tiene una variable. Siempre que tenemos una ecuación con una variable, la llamamos una ***ecuación algebraica.***

Si se retoma la ecuación algebraica generada en la situación de aprendizaje.

$$x-1 = 54$$

Traducido en palabras, lo que esta ecuación algebraica señala es que queremos hallar una variable o incógnita, en este caso simbolizada por **x**, sabiendo que este número restado en una unidad, da como resultado 54. La pregunta entonces es: ¿qué número, disminuido en 1, da como resultado 54?

En este caso, hablamos de una ecuación algebraica relativamente simple, a tal punto que podemos resolverla mentalmente, sólo “pensando”. De este modo, es sencillo razonar que el número incógnita que estamos buscando es 55, por lo que la respuesta a esta **ecuación** en términos algebraicos es simplemente:

$$x = 55$$

Que, si lo relacionamos con el problema, es el número que pensó la niña.

Sesión 8
Tiempo previsto
90 minutos

Pregunte:

¿Ahora sí, ya descubriste la verdadera magia?

R. la verdadera magia está en las matemáticas

10 min

Presente el siguiente caso, explique el proceso de solución completando la tabla.

Caso:

Claudia y Víctor quieren pintar una pared de $27m^2$ entre los dos. Si Claudia tarda el doble que Víctor en pintar una misma superficie, ¿cuántos metros cuadrados pintará cada uno de ellos?

Traducir al lenguaje algebraico	Reducción de términos semejantes	Podemos obtener el resultado mentalmente o con operaciones inversas	Resultados e Interpretación:
x= lo que pinta Claudia 2x = lo que pinta Víctor x + 2x =27 ecuación algebraica	x + 2x =27 3x = 27	$\frac{3x}{3} = \frac{27}{3}$ $x = \frac{27}{3}$ x= 9	Claudia pinta 9 m^2 Víctor pinta 18 m^2 9 + 18 = 27 Ecuación matemática verdadera

15 min

Indique al alumno que resuelva, de forma individual los siguientes casos.

1. En el colegio de Miguel hay un total de 1230 estudiantes (alumnos y alumnas). Si el número de alumnas supera en 150 al número de alumnos, ¿cuántas alumnas hay en total?

Traducir al lenguaje algebraico	Reducción de términos semejantes	Podemos obtener el resultado mentalmente o con operaciones inversas	Resultados e Interpretación:
x = número total de alumnas. Alumnas: 150 más que alumnos Alumnos: x−150 Total, de estudiantes: 1230 x + (x – 150) = 1230 Ecuación algebraica	x + (x-150)=1230 2x – 150 = 1230 2x = 1230 +150 2x = 1380	2x = 1380 $\frac{2x}{2} = \frac{1380}{2}$ $x = \frac{1380}{2}$ x = 690	El número de alumnas es 690 alumos:540 690 + (690-150) = 1230 Ecuación matemática verdadera

2. Camila tiene 100€ para realizar una compra. Primero compra unas zapatillas y luego, con la mitad del dinero que le sobra, compra un pantalón. Si el precio del pantalón es 10€, ¿cuánto dinero le queda?

Traducir al lenguaje algebraico	Reducción de términos semejantes	Podemos obtener el resultado mentalmente o con operaciones inversas	Resultados e Interpretación:
x = precio de las zapatillas. tiene 100€ y compra las zapatillas, le quedan 100−x Con la mitad de este dinero se compra un pantalón. $\frac{100-x}{2}$ Como el precio del pantalón es 10€: $\frac{100-x}{2} = 10$ Ecuación algebraica	$\frac{100-x}{2} = 10$ 100-x=10 (2) 100-x=20	100=20+x 100=20+x 100 – 20 = x X=80	Camila tenía 100€ y se gasta primero 80€ y luego 10€. Por tanto, le quedan 10€. $\frac{100-80}{2} = 10$ Ecuación matemática verdadera

Sesión 8
Tiempo previsto
90 minutos

3. Se tienen tres barriles de vino de la misma capacidad, pero el nivel de vino en cada uno es distinto: el primero contiene la mitad de su capacidad, el segundo contiene cinco sextas partes de su capacidad y el tercero contiene dos terceras partes de su capacidad. Si la cantidad total de vino es 72L, ¿cuál es la capacidad de los barriles?

Traducir al lenguaje algebraico	Reducción de términos semejantes	Podemos obtener el resultado mentalmente o con operaciones inversas	Resultados e Interpretación:
Total, de litros 72 x = capacidad de barriles primer barril: $\frac{1}{2}$ x segundo barril: $\frac{5}{6}$ x tercero: $\frac{2}{3}$ x $\frac{1}{2}x + \frac{5}{6}x + \frac{2}{3}x = 72$ Ecuación algebraica	$\left(\frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{2}{3}\right)x = 72$ $\left(\frac{12}{6}\right)x = 72$ $2x = 72$	$2x = 72$ $\frac{2x}{2} = \frac{72}{2}$ $x = \frac{72}{2}$ $x = 36$	La capacidad de cada barril es de 36 litros $\frac{1}{2}(36) + \frac{5}{6}(36) + \frac{2}{3}(36) = 72$ Ecuación matemática verdadera

Cierre

15 min

Pida a los alumnos se reúnan en parejas comparen resultados, se evalúan entre ellos y con respeto y actitud positiva coloquen observaciones, sugerencias y recomendaciones en los ejercicios del compañero.

<table>
<tr><th colspan="2">Traducir al lenguaje algebraico</th><th colspan="2">Reducción de términos semejantes</th><th colspan="2">Podemos obtener el resultado mentalmente o con operaciones inversas</th><th colspan="2">Resultados e Interpretación:</th><th>Observaciones, recomendaciones</th></tr>
<tr><td colspan="2">Fue claro consiso en la traducción al lenguaje algebraico.</td><td colspan="2">Identificó, agrupó y redujo términos semejantes.</td><td colspan="2">Realizó correctamente el planteamiento y operaciones, utilizó otro método.</td><td colspan="2">Obtuvo el resultado e hizo la interpretación correcta dando asi una solución al problema planteado.</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>Si</td><td>No</td><td>Si</td><td>No</td><td>Si</td><td>No</td><td>Si</td><td>No</td></tr>
</table>

Concluya con la participación de dos equipos que den a conocer sus observaciones, retroalimente, puntualice aquellos aspectos que ayuden al estudiante a fortalecer la competencia matemática.

Pida a los alumnos realizar la actividad (dependiendo del tiempo disponible) o retomar cuando lo crean necesario.

Para aprender más: de forma individual, retoma las expresiones algebraicas que obtuviste en la sesión 4 y obtén el valor de las incógnitas

Además, podrás entrar en estas páginas para conocer más:

https://www.problemasyecuaciones.com/Ecuaciones/primer-grado/ecuaciones-primer-grado-resueltas-fracciones-parentesis-solucion.html

https://www.ecuacionesresueltas.com/primer-grado/nivel-6/50-problemas-resueltos-explicados-ecuaciones-primer-grado-calcular-numeros-edades-velocidad-fracciones-porcentajes.html

Fuentes de Información:

Ana García Azcarate. wordpress. Piensa un número la magia del algebra. Recuperado de:

https://anagarciaazcarate.wordpress.com/piensa-un-numero-la-magia-del-algebra/

khan academy. Introducción a las ecuaciones. Recuperado de:

https://es.khanacademy.org/math/algebra/one-variable-linear-equations/alg1-intro-equations/a/introduction-to-equations

Lic. María Angélica Morena. 2013. Matemáticas modernas. Ecuaciones algebraicas. Recuperado de:

https://matematicasmodernas.com/ecuaciones-algebraicas/

Ecuaciones. Historia de las ecuaciones. Recuperado de:

https://sites.google.com/site/ecuacionesisfd10/home

Ecuaciones resueltas de primer grado. 50 problemas resueltos explicados

https://www.ecuacionesresueltas.com/primer-grado/nivel-6/50-problemas-resueltos-explicados-ecuaciones-primer-grado-calcular-numeros-edades-velocidad-fracciones-porcentajes.html

Sesión 9
Tiempo previsto
90 minutos

Resultado de aprendizaje		
Utiliza métodos de solución de una ecuación cuadrática.		
Contenido Central	**Contenido específico**	**Actitudes**
Manejo de información	◆ Fórmula general ◆ Factorización	Se expresa y comunica correctamente Se conoce y respeta a sí mismo Se orienta y actúa a partir de valores

Apertura

10 min

Método de relajación de Koeppen

Solicite al grupo realizar la siguiente actividad, con el objetivo de relajarlos y prepararlos para la sesión.

1. Pónganse de pie.
2. Coloquen sus brazos estirados al frente, mientras respiran lenta y profundamente.
3. Imaginen que están exprimiendo un limón, porque deberán apretar fuertemente sus manos y muñecas.
4. Ahora suéltenlo de golpe.
5. Repitan la acción tres veces.

Pregunte como se sintieron y si se encuentran más relajados.

Seleccione alumnos al azar y pida respondan las siguientes preguntas:

a) ¿Qué número elevado al cuadrado es 9? R. 3 y -3
b) ¿Cuál es la raíz cuadrada de 100? R. 10
c) ¿Qué número elevado al cuadrado y sumado con 5 da 30? R. 5 y también -5
d) ¿Qué signo tiene la raíz cuadrada de un número? ¿Por qué?
R. Toda raíz cuadrada tiene dos signos, positivo y negativo

Sesión 9
Tiempo previsto
90 minutos

Pregunte si les resulto fácil responder estas preguntas.

Concluya indicando que los números a los que se obtiene raíz cuadrada pueden ser positivos o negativos, y que estos ejercicios nos conducen a la habilidad que se trabajara en esta sesión: Ecuación cuadrática.

10 min

Presente la habilidad a desarrollar en la sesión, escríbala en el pizarrón

- Utiliza métodos de solución de una ecuación cuadrática.

Indique los métodos de solución de las ecuaciones cuadráticas, mencione las aplicaciones que tienen, se propone un discurso como el siguiente:

Los métodos de solución para ecuaciones de segundo grado fueron desarrollados en Grecia por Diofanto de Alejandría, la fórmula que se utiliza para resolverlas fue propuesta por el matemático hindú Bhaskara.

Las ecuaciones cuadráticas son utilizadas en diferentes campos del conocimiento y de la vida diaria, por ejemplo, en el cálculo de tiempo que tarda en tocar el piso una pelota que es lanzada en un tiro a gol de un partido de futbol; el cálculo de dimensiones para piscinas, habitaciones, ayudan a predecir ganancias y pérdidas en los negocios, en química, para determinar la variación de concentración de productos, construcción de fuentes o puentes colgantes como el Golden Gate.

Los métodos utilizados para resolver ecuaciones cuadráticas son: factorización, fórmula general y completación del trinomio cuadrado perfecto.

Desarrollo

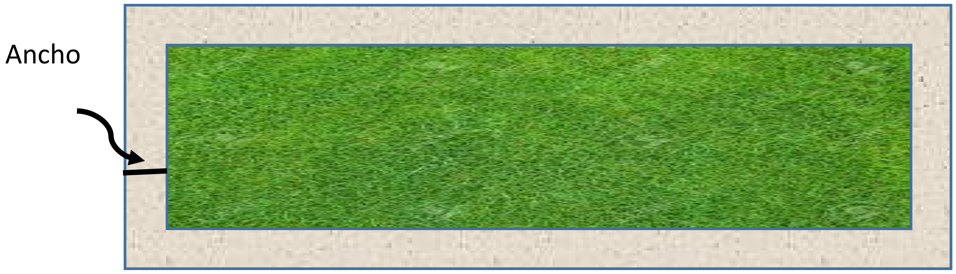
30 min

Presente la situación de aprendizaje, solicite que un alumno la lea en voz alta.

En un jardín publico de 7m de ancho por 35m de largo, se desea colocar material permeable que permita aprovechar el agua de lluvia, en beneficio de la flora que allí se encuentra. El Ayuntamiento dispone de material que cubre una superficie de 43m^2, el que instalará alrededor del parque. Los ingenieros determinan que de acuerdo a sus recursos el ancho que deberá tener se obtiene al resolver la ecuación:

$$4x^2 + 84x - 43 = 0$$

¿Cuál es el ancho que deben asignar para oprovechar todo el material?



Realice las siguientes preguntas, permita la participación de todos los estudiantes.

1. ¿ De qué trata el problema?

   R. De un jardín publico al que se le quiere colocar alrededor material para el filtrado de agua y que ésta se pueda aprovechar.

2. ¿Qué se desea calcular?

   R. El ancho que deberá tener el borde que se va a colocar al jardín.

3. ¿Qué datos tenemos?

   R. Largo y ancho del jardín, la cantidad de material que se dispone y la ecuación que permite calcular el ancho.

4. ¿Qué tipo de ecuación es la originada por el problema?

   R. Ecuación cuadrática o de segundo grado.

5. ¿Qué procedimientos conoces para resolver ecuaciones de ese tipo?

   R. Pueden mencionarse los métodos de fórmula general, factorización, completación de trinomio cuadrado perfecto, e incluso ensayo y error.

Sesión 9
Tiempo previsto
90 minutos

6. ¿Son suficientes los conocimientos de que dispones para buscar la vía de solución?

   R. Si, o no, según sea la percepción del estudiante.

7. ¿Eres capaz de resoverlo? ¿Por qué?

   R. Sí, cuando sea capaz de aplicar alguno de los método de solución de ecuación cuadrática.

8. Realiza una predicción, ¿cuánto medirá el ancho que es conveniente asignar?

Presente el contenido que se desarrollará durante la sesión, realice una explicación como la siguiente:

MÉTODOS DE SOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN CUADRÁTICA.

Las ecuaciones cuadráticas son de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Donde los elementos: a, b, c son cualquier número real, conocidos como parámetros de la ecuación.

Existen ecuaciones completas, presentan todos los términos, es decir:

$$a \neq 0,\ b \neq 0 \text{ y } c \neq 0$$

Por ejemplo: $4x^2-7x+15=0$

Las ecuaciones son incompletas, cuando alguno de los parámetros mencionados es igual a cero, por ejemplo: $7x^2 - 16 = 0$

Realice las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál es la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas?

   R. Solicite la escriben en el pizarrón, si no hay respuestas acertadas anótela usted.

   Fórmula general

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

2. ¿Qué representa cada elemento en la fórmula general?

   R. Si no hay participación indique la forma de identificar los parámetros de la ecuación:

   a, es el coeficiente del término cuadrático.

   b, es el coeficiente del término lineal.

   c es el término independiente.

Escriba en el pizarrón la siguiente ecuación y solicite a un estudiante identifique los parámetros y los pase a escribir.

$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

R. a=1

b=5

c=14

Mencione que cuándo el término cuadrático o lineal no tiene anotado explícitamente el coeficiente se entiende que es igual a 1.

Realice la sustitución en la fórmula general, revise cuidadosamente los signos:

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4(1)(-14)}}{2(1)}$$

Pida efectúen las operaciones y seleccione estudiantes para que pasen a colocar los resultados en el pizarrón.

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{25+56}}{2}$$

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{81}}{2}$$

$$x=\frac{-5\pm 9}{2}$$

$$x_1=\frac{-5+9}{2}=\frac{4}{2}=2$$

$$x_2=\frac{-5-9}{2}=\frac{-14}{2}=-7$$

Las dos soluciones obtenidas son:

$$x_1=2$$

$$x_2=-7$$

Nota. Es importante mencionar que, al aplicar la fórmula general, la ecuación deberá estar igualada a cero y que la raíz cuadrada de un número negativo no existe en el campo de los números reales.

Para verificar si las soluciones son correctas sustitúyalas en la ecuación original para comprobar que se cumpla la igualdad:

$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

Para $x_1=2$

$$2^2+5(2)-14=4+10-14=14-14=0$$

Para $x_2=-7$

$$(-7)^2+5(-7)-14=49-35-14=49-49=0$$

Se demuestra que ambas son soluciones de la ecuación.

Pregunte sí conocen otros métodos y solicite los describan brevemente.

Indique que la ecuación también se puede resolverse aplicando factorización, y que existen diferentes métodos, dependerá la forma de la ecuación, para poder utilizar el método correcto.

Presente la solución de la misma ecuación utilizando el método de factorización que corresponde: Trinomio de la forma x^2+bx+c, que se asocia con el producto notable binomios de término común.

$$x^2 + 5x -14 = 0$$

Se forman dos binomios con término común que es x, y se buscan dos números que cumplan las condiciones:

a) La suma deberá dar por resultado el parámetro **b.**

b) El resultado de multiplicarlos es el parámetro **c.**

Indique que los números que satisfacen ambas condiciones son 2 y -7. Aclare la importancia de los signos en las sumas aritméticas (números de mismo signo se suman y se conserva el signo, números de signos diferentes se restan y el resultado conserva el signo del número mayor).

Se obtienen los dos binomios y se obtienen las dos soluciones:

$$(x+7)(x-2) = 0$$

Solución 1

$(x+7)=0$

$x=-7$

$x_1=-7$

Solución 2

$(x-2)=0$

$x=2$

$x_2=2$

Aclare dudas.

Sesión 9
Tiempo previsto
90 minutos

10 min

Organice al grupo en equipos de 4 integrantes, asigne una de las siguientes ecuaciones y el método para resolverla.

1. $x^2 + 9x + 20 = 0$
2. $3x^2 - 5x - 50 = 0$

Supervise la actividad y aclare dudas.

Soluciones:

1. $x^2+9x+20=0$

$a=1$

$b=9$

$c=20$

$$x=\frac{-9\pm\sqrt{9^2-4(1)(20)}}{2(1)}$$

$$x=\frac{-9\pm\sqrt{81-80}}{2}$$

$$x=\frac{-9\pm\sqrt{1}}{2}$$

$$x=\frac{-9\pm 1}{2}$$

$$x_1=\frac{-9+1}{2}=\frac{-8}{2}=-4$$

$$x_2=\frac{-9-1}{2}=\frac{-10}{2}=-5$$

Las dos soluciones obtenidas son:

$x_1=-4$

$x_2=-5$

Para verificar si las soluciones son correctas se sustituyen en la ecuación original para verificar que se cumpla la igualdad:

$$x^2+9x+20=0$$

Para $x_1=-4$

$$(-4)^2+9(-4)+20=16-36+20=36-36=0$$

Para $x_2=-5$

$$(-5)^2+9(-5)+20=25-45+20=45-45=0$$

Utilizando el método de factorización, se tiene:

$$x^2 + 9x + 20 = 0$$

Dos números que sumados den 9 y multiplicados sean 20, son 5 y 4.

La factorización por factor común es:

$$(x+5)(x+4) = 0$$

Soluciones:

Solución 1

$$(x+5)=0$$

$$x_1=-5$$

Solución 2

$$(x+4)=0$$

$x_2 = -4$

Coincide con las soluciones obtenidas con la fórmula general.

2. $3x^2 - 5x - 50 = 0$

$a=3$

$b=-5$

$c=-50$

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4(3)(-50)}}{2(3)}$$

$$x=\frac{+5\pm\sqrt{25+600}}{6}$$

$$x=\frac{+5\pm\sqrt{625}}{6}$$

$$x=\frac{5\pm 25}{6}$$

$$x_1=\frac{5+25}{6}=\frac{30}{6}=5$$

$$x_2=\frac{5-25}{6}=\frac{-20}{6}=\frac{-10}{3}$$

Las dos soluciones obtenidas son:

$x_1=5$

$$x_2=\frac{-10}{3}$$

Factorización:

$$3x^2 - 5x - 50 = 0$$

Se multiplica la ecuación por el parámetro a, se divide por ese mismo valor, para que no se afecte a la ecuación deja indicada la operación en el término lineal

$$\frac{9x^2-5(3)x-150=0}{3}$$

Se obtiene dos binomios, cuyos primeros términos son la raíz cuadrada del término cuadrático (9x2) y el segundo término, son números que sumados den -5 y multiplicados -150. Los números son -10 y 5. Se forman los binomios correspondientes.

$$\frac{(3x+10)(3x-15)}{3}$$

Se buscan factores para el denominador, de forma que sean divisibles términos de los binomios del numerador

$$\frac{(3x+10)(3x-15)}{(1)(3)}$$

$$(3x+10)(x-5)$$

Se obtienen las dos soluciones:

Solución 1

$$3x+10=0$$

$$3x=-10$$

$$x=\frac{-10}{3}$$

$$x_1=\frac{10}{3}$$

Solución 2

$$x-5=0$$

$$x=5$$

$$x_2=5$$

Pida que resuelvan la situación de aprendizaje presentada al inicio de la sesión, pueden utilizar el método deseado.

Solución de la situación de aprendizaje.

Se identifican los parámetros de la ecuación:

$$a=4$$

$$b=84$$

$$c=-43$$

Se sutituyen los valores en la fórmula general.

$$x=\frac{-84\pm\sqrt{84^2-4(4)(-43)}}{2(4)}$$

Se ralizan las operaciones.

$$x=\frac{-84\sqrt{7056+688}}{8}$$

$$x=\frac{-84\pm\sqrt{7744}}{8}$$

$$x=\frac{-84\pm 88}{8}$$

Sesión 9
Tiempo previsto
90 minutos

$$x_1=\frac{-84+88}{8}=\frac{4}{8}=0.5$$

$$x_2=\frac{-84-88}{8}=\frac{-172}{8}=-21.5$$

La solución del problema es $x_1=0.5$ m, porque es el resultado positivo.

El material que se va a colocar alrededor del parque es de 0.5m ó 50 cm de ancho.

Seleccione a 4 equipos (uno para cada ecuación y por un método) para presentar el resultado y explicar la manera de resolverlo.

Permita la participación de todos los equipos.

Recupere la solución de la situación de aprendizaje a través de un cuestionario:

a) ¿Cuál fue la mejor predicción?

b) ¿Qué consideró para realizar esa predicción?

c) ¿Cómo determinan la solución del problema?

d) ¿Quién resolvió por fórmula general?

e) ¿Quién resolvió por factorización?

f) ¿Cuál es el mejor método?

g) ¿Cuántas soluciones obtuvieron?

h) ¿Qué características deben cumplir las soluciones para que sea respuesta del problema?

i) ¿Cuál es la solución del problema?

Solicite a los diferentes equipos presenten las dificultades que tuvieron en la solución de los problemas y el trabajo en equipo.

Recapitule con la importancia de la habilidad en nuestra vida cotidiana, las diferentes aplicaciones que tiene y algunas precisiones de las ecuaciones cuadráticas:

a) La raíz cuadrada de un número negativo no existe en el conjunto de los números reales (no existe un número real que al elevarlo al cuadrado sea negativo).

b) Sí la expresión que se encuentra dentro de la raíz cuadrada es cero: $b^2 - 4ac = 0$, sólo existe una solución.

c) Existen diferentes métodos de factorización que se aplican de acuerdo con la expresión de la ecuación cuadrática, entre ellos existen: factor común, diferencia de cuadrados, trinomio cuadrado perfecto, trinomio $x^2 + bx + c$ y trinomio $ax^2 + bx + c$.

d) Indique que no siempre las soluciones obtenidas son números enteros.

Cierre

10 min

Pida que formen frases completas con el siguiente "conjunto de palabras" (pueden anexar palabras) para que muestren lo aprendido en la sesión.

Ecuación	Raíz cuadrada	Binomios	Identificar
Cuadrática	Número positivo	Término común	Sustituir
Factorización	Soluciones	Número negativo	Completa
Parámetros	Igualar a cero	Números reales	Incompleta
Factor común	Fórmula general	a, b, c	No tiene solución

Pida que algunos participantes lean sus frases, aclare dudas.

Revise cuál fue el mayor número de frases formadas en las parejas de trabajo.

Sugiera como actividad complementaria resolver los siguientes ejercicios y problemas utilizando el método que deseen en la solución de ecuaciones cuadráticas.

1. Un jugador de futbol soccer realiza un lanzamiento de tiro a gol, la expresión que describe la trayectoria es $h = -20x^2 + 260x$, donde h representa altura y x el tiempo expresado en segundos. ¿en cuánto tiempo llegara al suelo? Nota la altura debe ser cero.

   R. x= 13 segundos

2. Para sembrar un terreno se dispone de semilla que cubre 272 ha^2 , sí se desea que el largo del terreno exceda en 10 ha al triple del ancho, ¿cuáles son las dimensiones del terreno que se deben considerar para la siembra? La ecuación correspondiente al problema es: $3x^2 + 10x - 272 = 0$

   R. x= 8 hectáreas

3. $3x^2-9x=0$

   R. $x_1=0$, $x_2=3$

4. $5x^2-20=0$

   R. $x_1=+2$, $x_2=-2$

5. $6x^2-24x+24=0$

   R. x=2

Sugiera revisar las siguientes páginas para profundizar en el contenido de ecuaciones cuadráticas.

https://www.matesfacil.com/resueltos-ecuaciones-segundo-grado.htm

Sitio que presenta introducción a las ecuaciones cuadráticas así como ejercicios resueltos por los métodos de factorización y fórmula general

http://www.disfrutalasmatematicas.com/algebra/ecuaciones-cuadraticas.html

Contiene especificaciones para resolver ecuaciones cuadráticas que no están igualadas a cero las llama “disfrazadas”

https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-quadratics#alg-solving-quadratic-equations-by-factoring

Página que presenta explicación, ejercicios resueltos por los métodos de factorización y fórmula general, además de incluir ejercicios propuestos para practicar

https://www.youtube.com/watch?v=JZvwplIA49M

Video del canal de Julio Profe, donde se encuentra la explicación de ecuación cuadrática no simplificada. Por lo que se simplifica y se orden los términos.

SEP
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Sesión 9
Tiempo previsto
90 minutos

Solicite el material para la siguiente sesión:

1. Hojas de cuadro chico tamaño carta
2. Regla
3. Colores

Resultado de aprendizaje		
Ubica puntos en el plano cartesiano reconociendo sus elementos		
Contenido Central	**Contenido específico**	**Actitudes**
Forma, espacio y medida	◆ Elementos del plano cartesiano	Responsabilidad Trabajo en equipo colaborativamente Proactividad Toma de acuerdos Respeto Comunica ideas

Apertura

5 min

Dirija al grupo la adivinanza "El tesoro", al término escuche de 3 a 5 respuestas de los alumnos, según sea el caso de adivinar la respuesta. Además, pida prestar atención, mantener el orden y participar levantando la mano, uno a la vez.

Adivinanza. "El tesoro"

Una familia tiene dos hijas: Alejandra de 11 años y María de 6 años. Alejandra tiene una caja con muchos objetos que considera su "tesoro", la cual está enterrada en su jardín, ella cuenta con un mapa para recordar la ubicación del tesoro. Un fin de semana Alejandra salió de paseo, y María encontró sin intención el mapa del "tesoro", por lo que, salió al jardín a buscarlo, el mapa decía:

Parada frente al árbol de limón mirando a la casa, dar 3 pasos al frente y después 4 pasos a la derecha, exactamente ahí rascar un poco con una pala y encontrarás el tesoro.

María, ejecutó la indicación del mapa, pero no encontró nada ¿Por qué motivo?

R. Porque los pasos de Alejandra son más largos que los pasos de María.

Sesión 10
Tiempo previsto
90 minutos

5 min

Lea o pida a un alumno leer: el propósito de la sesión, la introducción del contenido (usted puede brindar una). Indique los dos productos de la sesión.

Propósito. Retomar el concepto de plano cartesiano y utilizarlo para ubicar secuencias determinadas de puntos.

Introducción. El plano cartesiano es una herramienta matemática que permite representar diferentes objetos matemáticos, tales como: las relaciones, las figuras geométricas, las funciones, entre otros. Su utilidad, es la representación visual de las características de estos objetos. Un ejemplo relevante, es la pantalla de una computadora, está dividida por pixeles los cuales forman un plano cartesiano.

Productos. 1. "Representación gráfica y tendencia de la producción de plástico al 2020", 2. "Descubriendo la figura".

Desarrollo

10 min

Según estén dispuestos los alumnos dentro del salón, dirija las siguientes preguntas a 3 alumnos (si es necesario reacomode al grupo) y oriente sus respuestas.

Diga: esta pregunta la contesta el alumno que está sentado en la segunda fila tercera silla.

¿Qué característica tienen las rectas perpendiculares?

R. Forman un ángulo de 90°

Diga: esta pregunta la contesta el alumno sentado en la tercera fila, segunda silla.

¿Qué es una recta numérica?

R. Una línea en la cual se han dispuesto todos los números, negativos, positivos, enteros, fracciones e irracionales, manteniendo una distancia constante entre estos, como una regla.

Diga: esta pregunta la contesta el alumno sentado en la tercera fila primera silla.

¿En qué valores se cortan las rectas numéricas que forman un plano cartesiano?

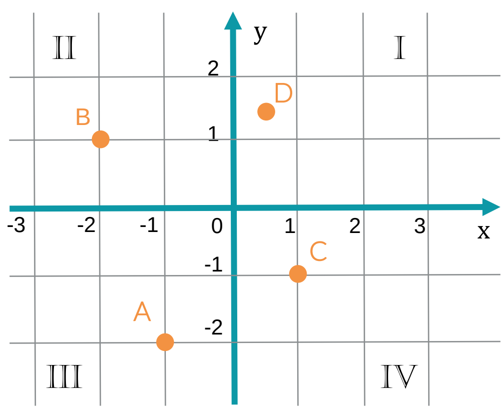
R. En el valor 0, 0, el cual se llama origen.

Sesión 10
Tiempo previsto
90 minutos

Dé la definición de plano cartesiano y comunique su uso.

Definición. Un **plano cartesiano**, es un plano con dos rectas numéricas que se cortan en el valor cero, llamado **origen**, las rectas se nombran por: **eje** *x*, recta horizontal "abscisas", y **eje** *y*, recta vertical "ordenadas", evidentemente resultan perpendiculares las rectas. Estos dos ejes dividen al plano en cuatro regiones llamadas cuadrantes; el **cuadrante I** es, a la derecha y arriba (positivo con positivo); el **cuadrante II** es, a la izquierda y arriba (negativo con positivo); el **cuadrante III** es, a la izquierda y abajo (negativo con negativo); el **cuadrante IV** es, a la derecha y abajo (positivo con negativo).

La ubicación o coordenada de cualquier punto del plano cartesiano podrá ser referida a los dos ejes empleando una **pareja ordenada** de números dispuestos entre paréntesis, el orden es el mismo que en el abecedario, primero escribimos el número referente al eje *x* y después, el número referente al eje *y*, es decir, (x, y). Ejemplo, en el plano cartesiano de la figura, los puntos *A*, *B*, *C* y *D*, tienen coordenadas $A(-1,-2)$, $B(-2,1)$, $C(1,-1)$ y $D\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ respectivamente.



5 min

Para continuar, lea o solicite a un alumno leer la problemática:

Sesión 10
Tiempo previsto
90 minutos

Problemática.

En el documento (Greenpeace, 2018) se establece que:

La contaminación por plásticos está afectando a todos los rincones de nuestro planeta. Desde las profundidades de los océanos hasta los bosques remotos, desde el Ártico hasta las riberas de los ríos y las playas donde anidan tortugas marinas. Nuestra cultura del usar y tirar está destruyendo nuestro medio ambiente…

Durante años se ha permitido a las empresas la producción en masa de productos de un solo uso y se ha fomentado un consumo desenfrenado de los mismos, y los gobiernos no están haciendo todo lo que está en su mano para exigirles responsabilidades…

La siguiente tabla muestra la producción mundial de plástico a partir del año 2010

Año	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Millones de toneladas	270	279	288	299	311	322	335	348

Fuente: https://www.statista.com/statistics/282732/global-production-of-plastics-since-1950/

¿De qué manera, se puede graficar la producción de plástico para comunicar y crear conciencia sobre estas cifras?

Con base en la tendencia de la gráfica, conteste ¿cuál será la producción mundial de plástico al 2020, aproximadamente?

Indique, en el desarrollo de la clase tendrá que contestar estas preguntas, pero por ahora vamos a completar el siguiente esquema.

15 min

Solicite contestar la tabla de interrogantes.

¿Qué puedo hacer para determinar aproximadamente la producción de plástico al año 2020? R. Primero graficar, después ver la tendencia de los puntos, pasar una recta por estos que alcance el año 2020	¿Cómo lo tengo que hacer? R. En la cuadrícula ubicar los puntos de la tabla, leyendo un valor de *x* “año” y un valor de *y* “millones de toneladas de producción de plástico”
¿Con qué elementos o datos lo tengo que hacer?	¿Cuándo y dónde lo tengo que hacer?

Sesión 10
Tiempo previsto 90 minutos

R. Con los datos de la tabla y con una recta que pase por la secuencia de puntos	R. Ahora y en la cuadrícula
¿Qué herramientas matemáticas puedo usar? R. Parejas ordenadas, plano cartesiano y la recta	¿De qué material dispongo para apoyar mi producto? R. De la cuadrícula y la definición de plano cartesiano de este texto

25 min

Solicite trabajar en binas y realizar la gráfica de los valores de la tabla de producción de plástico, indique que la gráfica se deberá realizar en la cuadricula siguiente.

Pida, simultáneamente de realizar la gráfica, contestar las preguntas:

1. ¿De qué tipo son las unidades del eje *x* de la cuadricula?

   R. Son unidades en años

2. ¿De qué tipo son las unidades del eje y de la cuadricula?

   R. Son unidades de 10 millones de toneladas

3. ¿Cuál es la escala del eje x?

   R. una unidad en el plano cartesiano representa un año

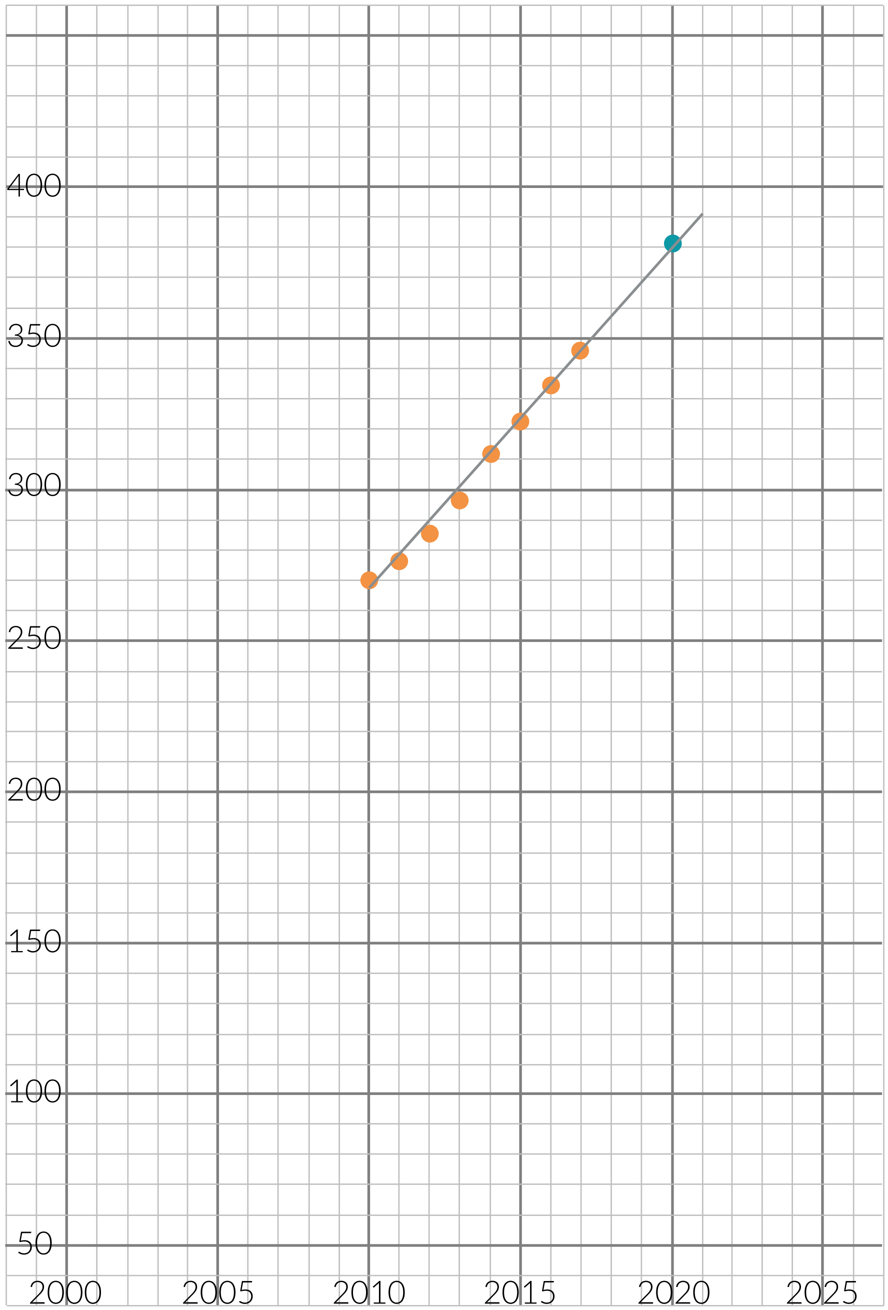
4. ¿Cuál es la escala del eje y?

   R. una unidad en el plano cartesiano representa 10 millones de toneladas

5. ¿Cuál será aproximadamente la producción mundial de plástico en el año 2020?

   R. 380 millones de toneladas

Gráfica de producción de plástico en el mundo



Solicite, establecer un acuerdo escrito por binas: Sobre la producción mundial de plástico para el año 2020, sustentado en los hechos de la gráfica.

Sesión 10
Tiempo previsto
90 minutos

Cierre

5 min

Solicite a una terna de binas, leer sus argumentaciones en plenaria, y al grupo prestar atención y retroalimentar a sus compañeros.

15 min

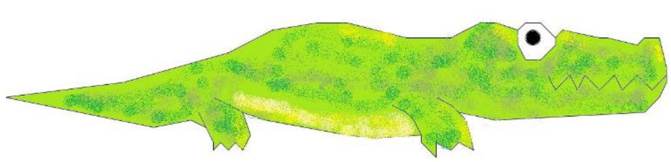
Producto 2. “Descubriendo la figura”

Invite a los alumnos a trabajar en una hoja limpia de su cuaderno (cuadro chico) de forma horizontal y de las siguientes instrucciones para realizar el producto.

Instrucciones.

1. Dibuja un plano cartesiano en una hoja de cuadro chico en posición horizontal, que tenga su origen situado al centro de esta, usa una escala de unidad igual a un cuadradito.
2. Ubica los puntos que vienen en la tabla, usa un color diferente para cada subgrupo de puntos.
3. Une los puntos del mismo color secuencialmente con un segmento de recta.
4. Adivina la figura que se está formando.
5. Colorea la figura resultante.
6. Pide al profesor que revise tu actividad.

Imagen por descubrir



Sesión 10
Tiempo previsto
90 minutos

Color 1	Color 2	Color 3	Color 4		
A_{1}(7.5, -2)	B_{1}(-5.5,-2.5)	C_{1}(3, -1.5)	D_{1}(13.5, 0.5)	E_{1}(11.5, 3.5)	F_{1}(-10, -2)
A_{2}(10,-2.5)	B_{2}(0, -3.5)	C_{2}(4, -2)	D_{2}(14, -0.5)	E_{4}(8, 3.5)	F_{2}(-9, -4)
A_{3}(20, -2)	B_{3}(2, -3.7)	C_{3}(4.5, -2.5)	D_{3}(15, 0.5)	E_{5}(7, 3)	F_{3}(-9, -4.5)
A_{4}(21, -1)	B_{4}(5, -3.5)	C_{5}(5, -4)	D_{4}(15.5, -0.5)	E_{6}(4, 3)	F_{4}(-8.5, -4)
A_{5}(21.5, 0)		C_{6}(6, -5)	D_{5}(16, 0.5)	E_{8}(-2, 4)	F_{5}(-8, -4.5)
A_{6}(21.5, 1)		C_{7}(6, -4)	D_{6}(17, -0.5)	E_{9}(-5, 3.5)	F_{6}(-7.5, -4)
A_{7}(21, 3)		C_{8}(7, -4.5)	D_{8}(18.5, -0.5)	E_{10}(-8, 2)	F_{7}(-7, -4.5)
A_{8}(20, 3)		C_{9}(7.5, -4)	D_{9}(19.5, 0.5)	E_{11}(-15, 0)	F_{8}(-6.5, -3.5)
A_{9}(19.5, 2.5)		C_{10}(8.5, -4.5)	D_{10}(20.5, -0.5)	E_{12}(-23, -1)	F_{10}(-9, -1)
A_{10}(17.5, 3)		C_{11}(8, -2.5)		E_{13}(-13, -3)	
A_{11}(17, 3)		C_{12}(7, -1.5)		E_{14}(-10.5,-2.5)	
A_{12}(14.5,3.5)		C_{13}(6, -1)		E_{15}(-9.5, -3)	
A_{13}(14, 3)					X(12.5, 3)
A_{14}(14, 2.5)					
A_{15}(13.5, 2)					
A_{16}(13, 1.5)					
A_{17}(12, 1.5)					
A_{18}(11.5,2.5)					
A_{20}(12, 4)					
A_{21}(13, 4)					

5 min

En plenaria dirija las siguientes preguntas al grupo y sugiera tomar nota de las ideas principales:

1. ¿En la adivinanza qué elemento representaría la "escala"?

   R. La longitud de los pasos de las niñas

2. ¿Por qué resulta útil el plano cartesiano?

   R. Porque permite visualizar la relación que se da entre dos cantidades, además, nos abstraer la ubicación de un punto en un plano a través de una coordenada

3. ¿Será importante ajustar el tamaño de la escala de un plano cartesiano? R. si

¿por qué?

R. Porque en ocasiones los datos son muy grandes o hay mucha diferencia entre uno y otro

4. ¿En una pareja ordenada qué escribes primero el número *x* o el número *y*?

   R. el numero *x*

5. ¿Cuál es la proporción entre una unidad de **x** con una de **y**, en la cuadricula de la problemática?

   R. Un año es a 10 millones de toneladas

Fuentes de información:

Universidad Nacional Autónoma de México. Ciencia UNAM. Una vida de plástico. Recuperado de: http://ciencia.unam.mx/leer/766/una-vida-de-plastico

STATISTA (2019). Global plastic production from 1950 to 2017 (in million metric tons). Recuperado de: https://www.statista.com/statistics/282732/global-production-of-plastics-since-1950/

Instituto Politécnico Nacional. Plano cartesiano Recuperado de: https://www.cecyt3.ipn.mx/ibiblioteca/mundodelasmatematicas/PlanoCartesiano.html

Sesión 11
Tiempo previsto
90 minutos

Resultado de aprendizaje		
Determina la congruencia o semejanza de diversos polígonos.		
Contenido Central	**Contenido específico**	**Actitudes**
Forma, espacio y medida	◆ Criterios de congruencia de polígonos ◆ Criterios de semejanza de triángulos	Confía en sus capacidades Promueve la igualdad de género Confianza

Apertura

10 min

Aplique la técnica: Botones cerebrales.

Solicite a los alumnos se pongan de pie y sigan las indicaciones.

1. Abre el compás de piernas a la altura de los hombros.
2. Coloca tu mano izquierda sobre el ombligo presionándolo y los dedos restantes entre la primera y segunda costilla al corazón.
3. Coloca los dedos índice y pulgar de la mano derecha presionando las arterias carótidas (las que van del corazón al cerebro) que están en el cuello.
4. Apoya la lengua en el paladar.
5. Mantén esta posición durante un minuto.

Comente algunos de los beneficios de ésta técnica.

- Normaliza la presión sanguínea.
- Despierta el cerebro.
- Estabiliza una presión normal de sangre al cerebro.
- Alerta el sistema vestibular.
- Aumenta la atención cerebral. (Ibarra, 2001).

Pregunte:

¿Cómo se sintieron?
¿Les gustó la actividad?
¿Qué es lo que más les entusiasma?

Sesión 11
Tiempo previsto
90 minutos

Escriba en el pizarrón el resultado de aprendizaje y los contenidos que se van a desarrollar

Resultado de aprendizaje

- Determina la congruencia o semejanza de diversos polígonos.

Contenidos

- Criterios de congruencia de polígonos.
- Criterios de semejanza de triángulos.

Desarrollo

10 min

Pida a los estudiantes que contesten las siguientes preguntas.

1. ¿Qué es un polígono?

   R. Un polígono es una figura geométrica plana compuesta por una secuencia finita de segmentos rectos consecutivos que encierran una región en el plano.

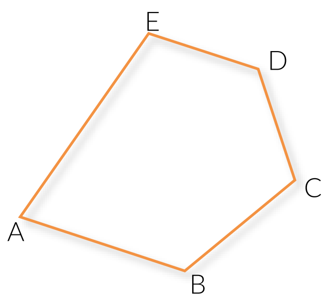
2. ¿Cuál es el polígono que tiene menos lados? R. Triángulo.
3. ¿Qué entiendes por semejanza de un polígono? R. Cuando no son idénticos, pero guardan una proporción (o escala) en sus lados y ángulos
4. ¿Qué entiendes por congruencia de un polígono? R. Si tienen la misma forma y tamaño, aunque su posición u orientación sean distintas.

30 min

Realice una lectura guiada del siguiente texto.

Los polígonos son figuras planas y cerradas limitadas por segmentos, se nombran mediante letras mayúsculas situadas en los vértices del mismo.

Sesión 11
Tiempo previsto
90 minutos



Elementos de un polígono:

- Lados. Son los segmentos rectilíneos que delimitan al polígono.
- Vértices. Son los puntos donde se intersecan, exactamente, cada par de lados, llamados lados consecutivos.
- Ángulos. Son las regiones comprendidas entre cada par de lados.
- Las diagonales son los segmentos que unen cada pareja de vértices no consecutivos. (D= n (n-3)/n)

Recordemos que un **polígono** es **regular** cuando **todos sus lados son iguales y todos sus ángulos también** lo son. Es irregular si no cumple con estas condiciones.

Explique los criterios de congruencia y semejanza de polígonos.

Congruencia de polígonos.

Dos figuras son **congruentes** si tienen la misma forma y tamaño, aunque su posición u orientación sean distintas.

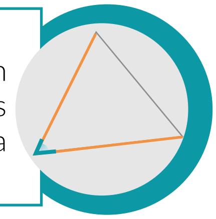
Congruencia de triángulos

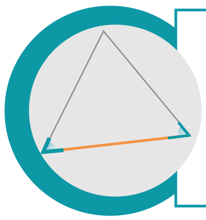
Se da cuando dos triángulos son exactamente iguales en todos los sentidos, es decir, miden lo mismo y tienen los mismos ángulos. Las partes coincidentes de las figuras **congruentes** se llaman homólogas o correspondientes.

CRITERIOS DE CONGRUENCIA

LAL (Lado, Ángulo, Lado)

Dos triángulos son congruentes si dos lados de uno tienen la misma longitud que dos lados del otro triángulo, y los ángulos comprendidos entre esos lados tienen también la misma medida.





ALA (Ángulo, Lado, Ángulo)

Dos triángulos son congruentes si dos ángulos interiores y el lado comprendido entre ellos tienen la misma medida y longitud, respectivamente. (El lado comprendido entre dos ángulos es el lado común a ellos).

LLL (Lado, Lado, Lado)

Dos triángulos son congruentes si cada lado de un triángulo tiene la misma longitud que los correspondientes del otro triángulo.

Sesión 11
Tiempo previsto 90 minutos

Semejanza

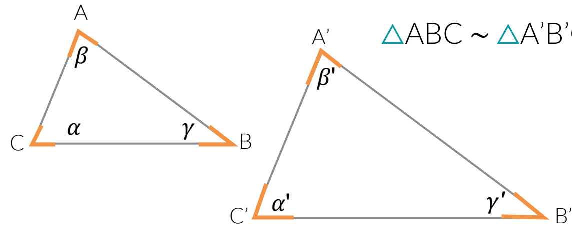
Los triángulos son **Semejantes** cuando no son idénticos, pero guardan una proporción (o escala) en sus lados y ángulos.

CRITERIOS DE SEMEJANZA

AA (Ángulo, Ángulo)

Si dos de sus ángulos son iguales.

$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

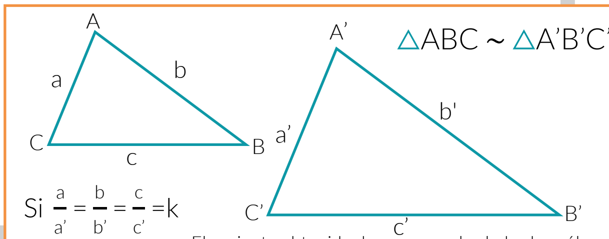


Si $\alpha=\alpha'$, $\beta=\beta'$ de lo anterior se deduce $\gamma=\gamma$

LLL (Lado, Lado, Lado)

Si sus tres lados son proporcionales.

$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$



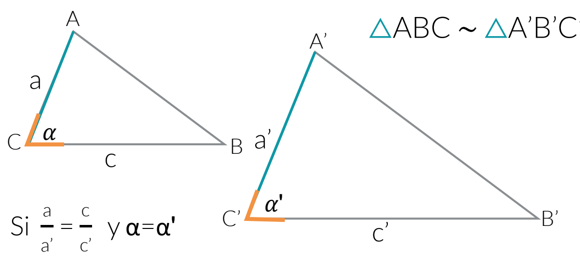
Si $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}=k$

El cociente obtenido de comparar los lados homólogos entre si recibe el nombre de **razón de semejanza**

LAL (lado, Ángulo, Lado)

Si dos de sus lados son proporcionales y el a ángulo comprendido entre ellos es congruente.

$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

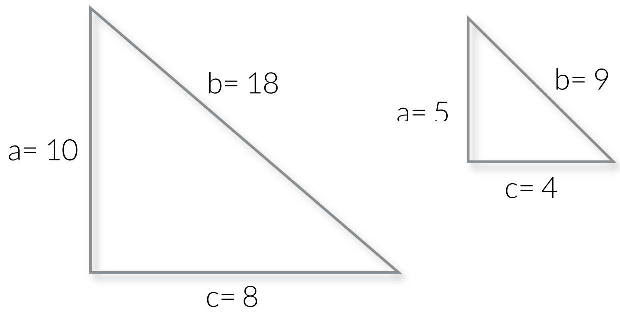


Si $\frac{a}{a'}=\frac{c}{c'}$ y $\alpha=\alpha'$

Explique las aplicaciones de la semejanza de polígonos resolviendo el siguiente ejercicio. Recordando que:

Los triángulos son **Semejantes** cuando no son idénticos, pero guardan una proporción (o escala) en sus lados y ángulos.

Sesión 11
Tiempo previsto
90 minutos



Explicación: Tomando en cuenta la proporcionalidad en este ejercicio es:

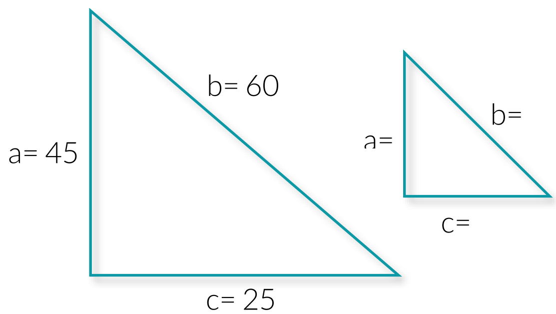
a = 10/5 = 2

b = 18/9 = 2

c = 8/4 =2

Se determina que los triángulos son semejantes.

Solicite al estudiante resolver los siguientes ejercicios de semejanza de triángulos de manera individual.



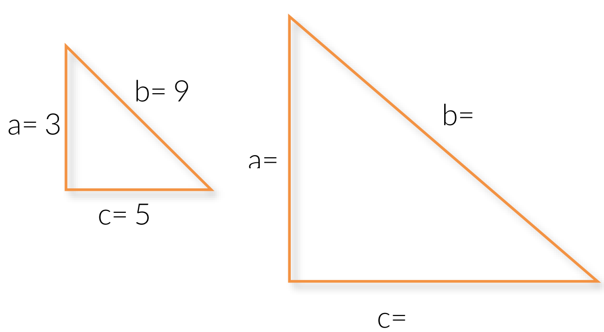
Las respuestas van a variar dependiendo de los valores que utilice el estudiante.

Por ejemplo

1. a = 9 b = 12 c = 5

2. $a=\frac{45}{9}=5$ $b=\frac{60}{12}=5$ $c=\frac{25}{5}=5$

1. ¿Cuáles serán los valores del triángulo que es semejante?
2. ¿Cuál es la razón de la proporcionalidad que utilizaste?



Las respuestas van a variar dependiendo de los valores que utilice el estudiante.

1. ¿Cuáles serán los valores del triángulo que es semejante?

Sesión 11
Tiempo previsto
90 minutos

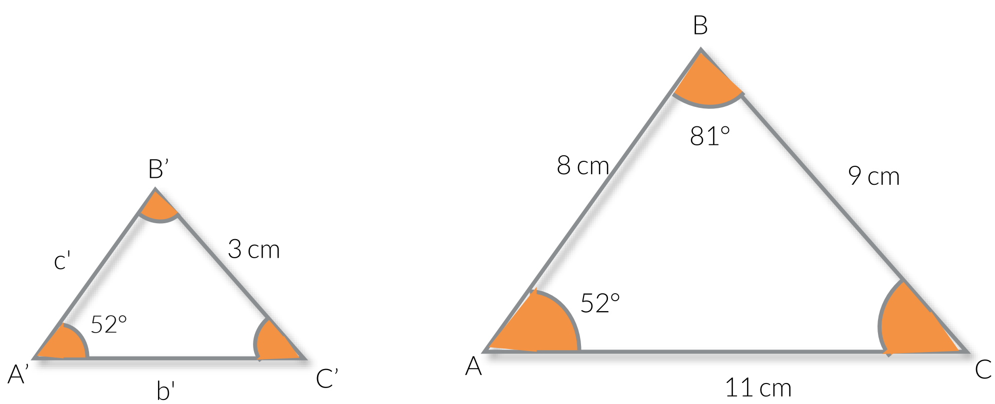
2. ¿Cuál es la razón de la proporcionalidad que utilizaste?

25 min

Forme equipos de trabajo de cinco estudiantes para resolver los siguientes problemas de semejanza de triángulos.

Supervise al grupo y retroalimente, de ser necesario

1. Sabemos que los siguientes triángulos son semejantes. Halla los lados y los ángulos que faltan.



R. En primer lugar, calculamos cuánto valen los ángulos que faltan:

$C=180°-81°-52°=47$ como son semejante $\Longrightarrow B^{'}=81°$ y $C^{'}=47°$

Como los triángulos son semejantes, sus lados son proporcionales, es decir:

$$\frac{9}{3}=\frac{11}{b'}\Longrightarrow b^{'}=\frac{(3)(11)}{9}=3.67cm$$

$$\frac{9}{3}=\frac{8}{c'}\Longrightarrow c^{'}=\frac{(3)(8)}{9}=2.67cm$$

2. Calcular la altura de un edificio que proyecta una sombra de 6.5m, a la misma hora que un poste de 4.5 m de altura de una sombra de 0.90m. (Realiza el dibujo)

R. $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}$ $\frac{4.5m}{a}=\frac{0.9m}{6.5m}$

$$a^{'}=\frac{(4.5m)(6.5m)}{0.9m}=32.5m$$

3. Un cuadrado tiene de lado 5cm. Construye otro semejante de forma que la razón de semejanza sea 0.6cm

   R. 0.6cm x 5cm = 3cm

3cm

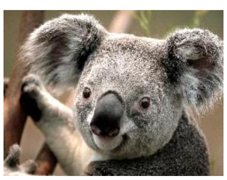
4. Los lados de un triángulo mide 6cm, 8cm y 12cm. Se construye otro semejante cuyas dimensiones son 9cm, 12cm y 18cm. ¿Cuáles la razón de semejanza?

   $$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'} \quad \Longrightarrow \quad \frac{9}{6}=\frac{12}{8}=\frac{18}{12}=1.5$$

   La razón de la semejanza es 1.5

5. Observa estas tres figuras e indica si son semejantes entre si y ¿Por qué?

8cm

5cm 

A

12cm

7.5cm 

B

13cm

9cm 

C

R.

Para A y B

$$\frac{12}{8}=\frac{7.5}{5}$$

$$\frac{12}{8}=1.5 \quad y \quad \frac{7.5}{5}=1.5$$

la razón es 1.5 en ambos casos por lo tanto si son semejantes.

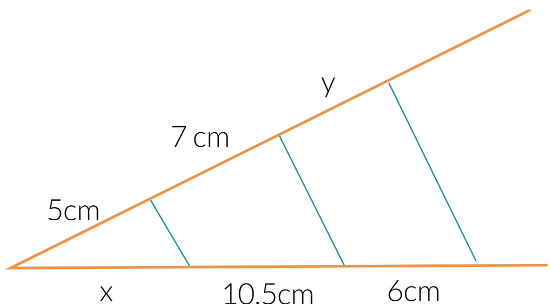
Para B y C

$$\frac{13}{12}=\frac{9}{7.5}$$

$$\frac{13}{12}=1.08 \quad y \quad \frac{9}{7.5}=1.2$$

La razón es 1.08 y 1.2 por lo tanto no son semejantes.

6.Calcular el valor de **x** e **y** en esta construcción.



R.

Para x

$$\frac{5}{7}=\frac{x}{10.5} \Rightarrow x=\frac{(5)(10.5)}{7}=7.5\text{ cm}$$

Para y

$$\frac{7}{y}=\frac{10.5}{6} \Rightarrow y=\frac{(7)(6)}{105}=4\text{cm}$$

Cierre

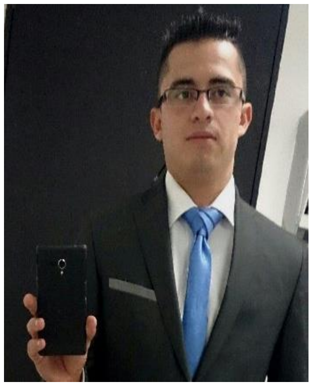
15 min

- Coordine la plenaria para que cada equipo comparta sus resultados y su experiencia.
- Verifique que todos los equipos coincidan con los resultados.
- Pregunte que es congruencia y semejanza de un polígono y en donde lo han visto reflejado.
- Promueva la participación de todos los integrantes del grupo.

- Pida que resuelvan de manera individual el siguiente ejercicio.

Observa las fotografías. Sabiendo que el chico mide 1.75m, calcula las dimensiones reales (largo y ancho) del cuadro.

5 cm



6 cm

3 cm

R. Altura del chico 1.75 m

Alto del cuadro $\frac{175\text{ cm}}{5\text{cm}} = \frac{x}{6\text{cm}} \Rightarrow x = \frac{(175)(6)}{5} = 210\text{cm o } 2.10\text{ m}$

Ancho del cuadro $\frac{175\text{ cm}}{5\text{cm}} = \frac{x/}{3\text{cm}} \Rightarrow x = \frac{(175)(3)}{5\text{cm}} = 105\text{cm o } 1.05\text{ m}$

Solicite a los alumnos el material a utilizar en la siguiente sesión:

1. Regla
2. Compás
3. Colores
4. Tijeras escolares.

Fuentes de Información

https:/www.vitutor.com/geo/eso/ss_2.html

EcuRed. (2017). Polígono. Recuperado de https://www.ecured.cu/index.php?title=Especial:Citar&page=Pol%C3%ADgono&id=2847512

Sesión 12
Tiempo previsto
90 minutos

Resultado de aprendizaje		
Calcula el perímetro y área de distintas figuras geométricas.		
Contenido Central	**Contenido específico**	**Actitudes**
Forma espacio y medida	◆ Fórmulas de perímetro y área de figuras geométricas	Conoce sus debilidades y fortaleza Toma decisiones razonadas y responsables Convive de manera armónica

Apertura

15 min

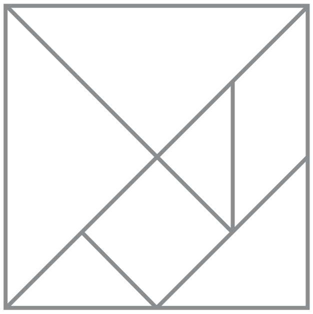
Indique al estudiante que siga las instrucciones de la siguiente actividad y trabaje de forma individual.

Instrucciones

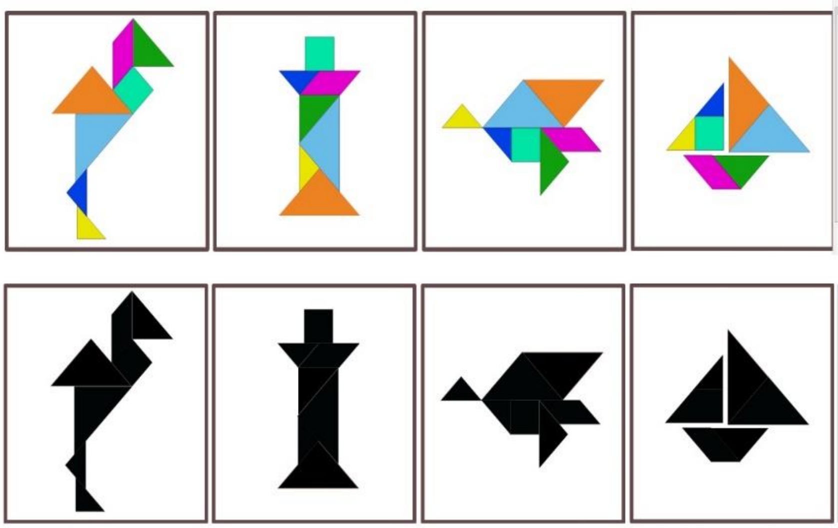
El tangram es un rompecabezas chino formado de siete piezas, donde se pueden formar un gran número de figura.

1. Colorea y recorta el tangram anexo

2. Forma las siguientes figuras



Sesión 12
Tiempo previsto
90 minutos



Si alguien no lo logra facilmente , apoyarse de sus compañeros (solo son las figuras en negro para el manual del alumno).

Lea el resultado de aprendizaje que se espera que el estudiante demuestre al final de la sesión.

- Calcula el perímetro y área de distintas figuras geométricas.

Escriba en el pizarrón, los contenidos a desarrollar:

- Fórmulas de perímetro y área de figuras geométricas.

Desarrollo

40 min

Solicite que lean el siguiente texto.

El perímetro en figuras planas, se le denomina a la suma de las longitudes de sus lados, y en el caso del círculo es la longitud de la circunferencia que lo delimita.

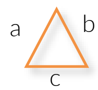
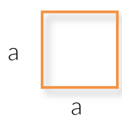
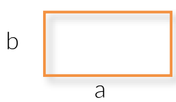
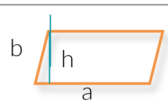
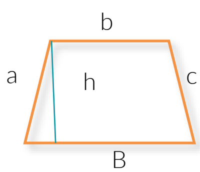
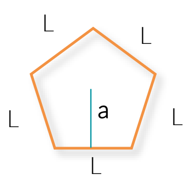
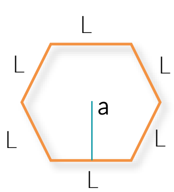
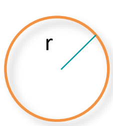
En cuanto al área de una figura plana , podemos decir que es la medida de la superficia que la forma.

Existen diferentes tipos de áreas o superficies, podemos decir que regulares donde todos sus lados tienen la misma medida e irregulares donde pueden variar una o mas medidas de las figuras.

Cuando las figuras planas estan compuestas a partir de tres. lados rectos cerrados se les denominan polígonos.

Solicite que completen la siguiente tabla según la figura representada.

Sesión 12
Tiempo previsto
90 minutos

Figura	Formula perimetro	Formula áreas	Nombre
	P=a+b+c	$\frac{bxh}{2}$	triángulo
	P= 4a	axa	cuadrado
	P=2a + 2b	ab	rectángulo
	P= 2a +2b	ah	paralelogramo
	P=a+b+c+B	$\frac{(b+B)h}{2}$	trapecio
	P= 5L	$\frac{pa}{2}$	pentágono
	P= 6L	$\frac{pa}{2}$	hexágono
	P=πD	πr^2	círculo

Sesión 12
Tiempo previsto
90 minutos

En cuanto al pentágono y hexágono su área esta dada por $A=\frac{Pa}{2}$ donde P es el perímetro, “a” el apotema, el cual es la perpendicular trazada desde el centro de la figura a cualquiera de sus lados.

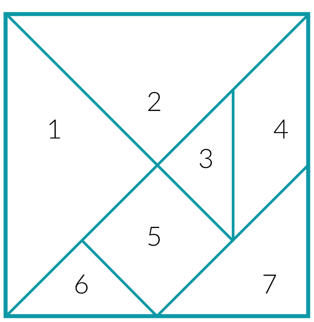
Círculo y circunferencia :

Circunferencia	Círculo
Denominamos circunferencia, al conjunto de puntos, que se encuentran a la misma distancia de un punto fijo llamado centro.	Círculo es la superficie que queda limitada por la circunferencia

Solicite a los estudiantes que formen equipos de tres integrantes y lean las instruccipes para completar la tabla.

Instrucciones

1. Númera las piezas recortadas del tangram como se muestra en la figura



2. Une las piezas que señalas en la tabla y forma la figura especificada.

3. Mide las figuras, con apoyo de una regla y calculen el área y perímetro de las figuras realiza los cálculos solicitados.

Las figuras pueden ser irregulares, las áreas totales pueden calcularse con la suma de áreas.

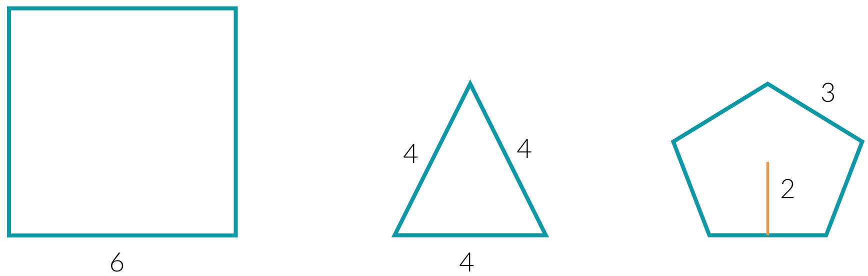
Sesión 12
Tiempo previsto
90 minutos

Figura	Números	Área	Perímetro
Triangulo	1, 2		
Cuadrado	3,6,7		
Rectángulo	3,4,6		
Pentágono	1,2,7		
Trapecio	3,4,5,6		

En plenaria, solicite a un integrante de seis equipos mostrar la una de las seis figuras unidas y los resultados obtenidos. (Los resultados pueden variar ligeramente por el corte de las figuras).

Sin desintegrar los equipos, indique que de manera individual realicen los siguientes ejercicios. Utilizando regla y compas.

- Traza un cuadrado que tenga de área 36 cm^2.
- Traza un triángulo equilátero que tiene un perímetro de 12 cm.
- Traza un pentágono que tiene por apotema 2 cm, y uno de sus lados mide 3 cm.
- Coloréalos.



Pida a los estudiantes que comenten y comparan sus resultados con sus compañeros de equipo.

Sesión 12
Tiempo previsto
90 minutos

Indique que, con sus compañeros de equipo, establezcan una hipótesis que dé respuesta a la siguiente pregunta:

1. Cuál de las siguientes figuras tiene mayor área y mayor perímetro:

   a. Una circunferencia de 3 cm de radio (siendo π=3.1416).

   b. Un cuadrado de 5cm de lado.

   c. Un triángulo equilátero de base 8 y altura 7

   d. Pentágono regular de 3 cm por lado y apotema igual a 4 cm

Solicite que realicen las operaciones correspondientes para aceptar o rechazar su hipótesis.

a. Una circunferencia de 3 cm de radio (siendo π=3.1416).

R. A=28.2744cm^2 P=18.24 cm

b. Un cuadrado de 5cm de lado.

R. A=25 cm2 P=20 cm

c. Un triángulo equilátero de base 8 y altura 7.

R. A= 28cm2 P=24cm mayor perímetro

d. Pentágono regular de 3 cm por lado y apotema igual a 4 cm.

R. A=30 cm2 mayor área P= 15

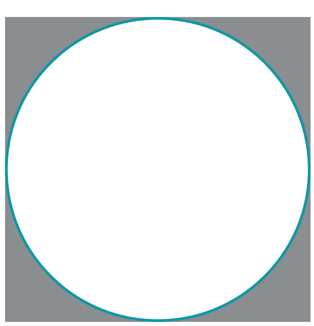
R. Pentágono mayor área:

Triángulo mayor perímetro:

Pida comenten la forma posible de resolver el siguiente ejercicio.

2. ¿Cuál es el área de la región sombreada de un terreno que se muestra a continuación? Tomando π= 3.14

64



Procedimiento:
Área Cuadrado 64(64)=4096
Área Circulo 3.14(32)(32)=
3.14(1024)=3,215.36
4096-3215.36=880.64
R..880.64m^2

Sesión 12
Tiempo previsto
90 minutos

Cierre

35 min

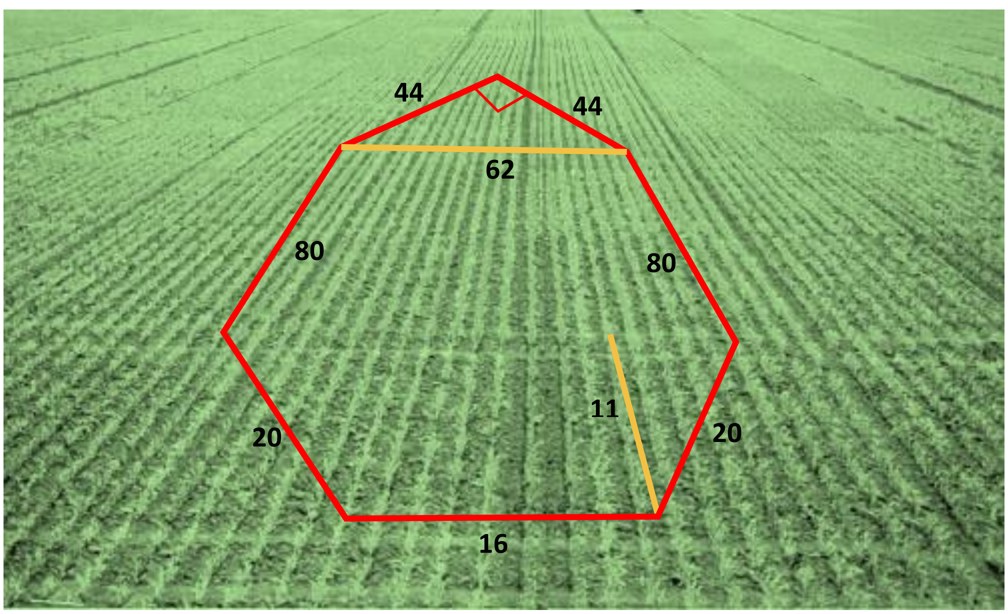
Elija a un representante de equipo para mencionar como resolvieron los ejercicios, que problemas encontraron, y como se sintieron.

Mencionara una breve explicación de perspectiva, donde las figuras y distancias se modifican en dimensión y forma.

Solicite que resuelvan el siguiente ejercicio:

Para un proyecto de cosecha, don Jorge le dio a su hijo Gael un terreno con las siguientes medidas y características, como se muestra en la figura, representada en metros.

Analiza la foto aérea y responde a los siguientes cuestionamientos.



a. Si se quiere rodear de una malla metálica, ¿Cuántos metros se necesitarán para hacerlo?

Procedimiento:

P=44+44+80+80+20+20+16= 304 m

R.304 metros

b. Si el costo del metro lineal de malla, cuesta $500. ¿Cuánto se debe pagar?

Procedimiento:

304 (500) = 152,000 pesos

R.$152,000.00

c. Cuantos metros cuadrados le donó el señor a su hijo

Procedimiento:

Puede haber varios caminos de solución

44(44)/2 =968

62 (80)= 4960

(62+16)(11)/2=429

968+4960+429=6357

R. 6357 m2

d. Si quisiera venderlo y el costo por metro cuadrado lo da a 200 pesos, ¿Cuánto dinero recibiría?

6357(200) = 1,271,400

R$1,271,400.00

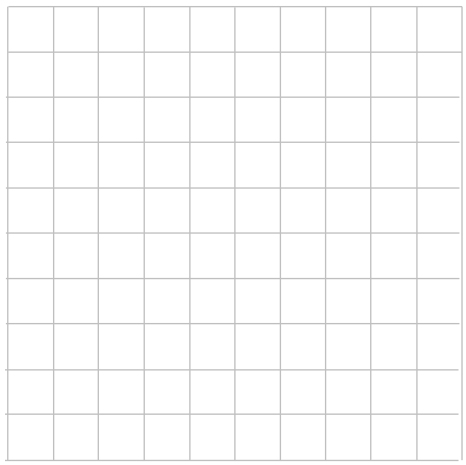
Comenta con dos o tres compañeros tu resultado y las diferentes formas de resolverlo, y compártelo en plenaria

Sesión 12
Tiempo previsto
90 minutos

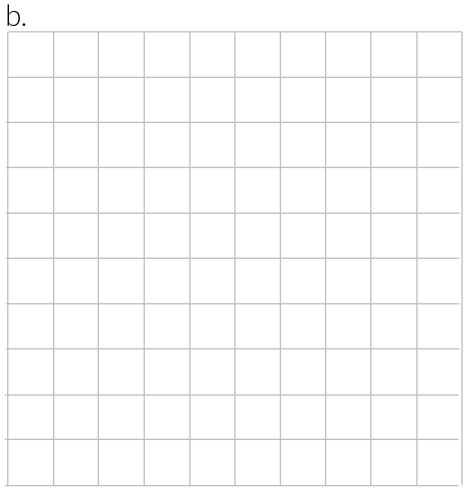
Para profundizar en los contenidos abordados, sugiera ejercitar, resolviendo los siguientes ejercicios.

1. Dibuja en las dos cuadrículas un polígono irregular en cada una y calcula el perímetro y área, tomando cada cuadro como una unidad de medida.

a.

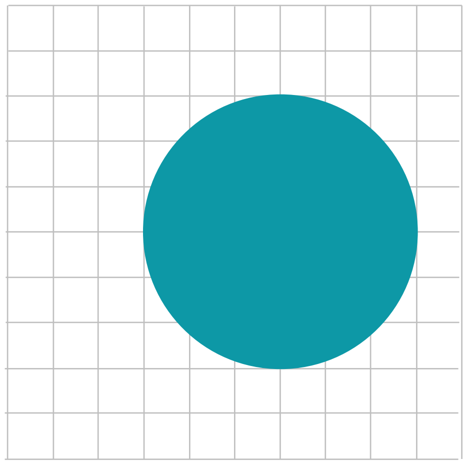


b.



Sesión 12
Tiempo previsto
90 minutos

2. Calcular el área de la región sombreada, tomando cada cuadro como una unidad de medida.



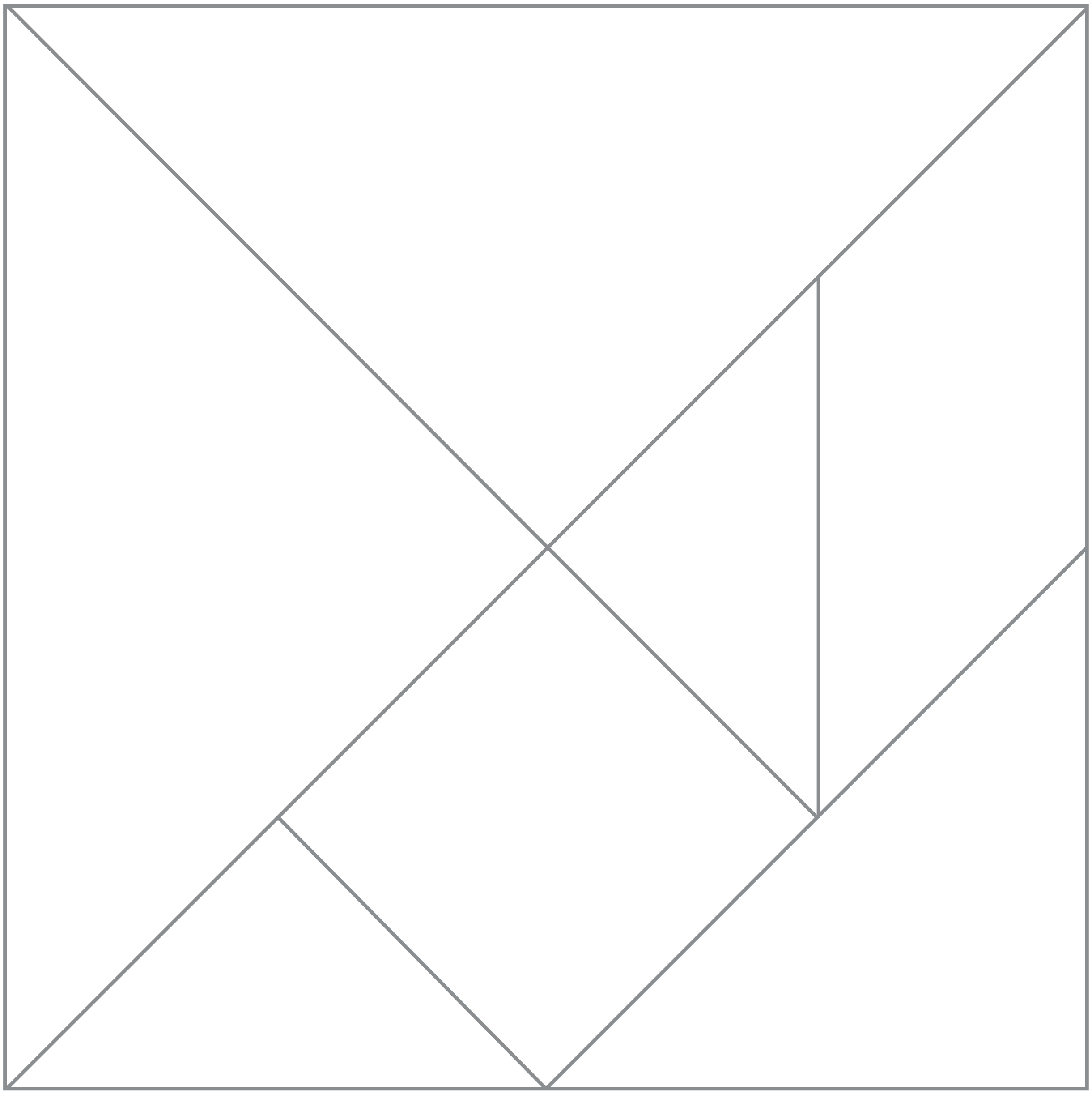
Invite al estudiante a visitar la liga de YouTube como el arte está en las matemáticas.

Tangram en movimiento. https://youtu.be/boiA75BMwrw

Fuentes de información

7 piezas matemáticas y algo más tangram. Recuperado de:
https://www.google.com/search?rlz=1C1VFKB_enMX654MX654&biw=1366&bih=657&tbm=isch&sa=1&ei=p9mwXOvwOMy8tQWMkJ34DQ&q=figura+de+tangram+con+respuestas&oq=figura+de+tangram+con+respuestas&gs_l=i

Anexo



Sesión 13
Tiempo previsto
90 minutos

Resultado de aprendizaje		
Aplica el teorema de Pitágoras en la resolución de problemas de la vida cotidiana.		
Contenido Central	**Contenido específico**	**Actitudes**
Forma, espacio y medida	♦ Teorema de Pitágoras	Se expresa y comunica correctamente Se conoce y respeta a sí mismo Se orienta y actúa a partir de valores

Apertura

5 min

Solicite al grupo completen las frases que se encuentran en el siguiente cuadro:

Nota. La estrategia recibe el nombre de *planilla de metas y logros*, ayuda a los alumnos a concentrarse en sus logros personales y tiene como propósito aumentar la autoestima:

Algo que sé hacer y me enorgullece es:	Algo que puedo hacer ahora y no podía hacer al año pasado es:
Algo que no sé hacer ahora pero probablemente pueda hacer el año próximo:	Algo que no sé hacer ahora pero probablemente pueda hacerlo dentro de cinco años es:

Sesión 13
Tiempo previsto
90 minutos

Pida a algunos alumnos, compartan la información de su cuadro, leyéndola en voz alta. Permita que sean voluntarios.

Dirija las respuestas a logros académicos, personales, familiares, profesionales o algún aspecto que sea de interés o beneficio para la comunidad.

Realice las siguientes preguntas y seleccione voluntarios para responderlas.

¿Ha sido una experiencia cómoda o agradable?

¿Habías realizado este ejercicio? ¿Dónde?

¿Te resulta fácil hacerlo o te cuesta trabajo poner atención?

¿Te fue útil el ejercicio?

10 min

Presente el resultado de aprendizaje a desarrollar en la sesión, escríbalo en el pizarrón.

- Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de problemas de la vida cotidiana.

Cuestione a los estudiantes con preguntas como:

¿Conocen el teorema de Pitágoras?

¿En qué consiste el teorema de Pitágoras?

¿Para qué se utiliza?

¿Dónde lo han aplicado?

¿Para qué lo aplican?

Mencione algunos ejemplos y la aplicación de esta habilidad, se propone una redacción similar a la siguiente:

"El Teorema de Pitágoras surge aproximadamente 500 años antes de Cristo por la escuela pitagórica, aunque ya era conocido por otras civilizaciones como los Babilónicos, pero fueron los pitagóricos los primeros en realizar una demostración rigurosa, posteriormente se desarrollaron diferentes demostraciones, como la de Bhaskara y la de Leonardo da Vinci.

En diferentes áreas del conocimiento se utiliza este teorema, por ejemplo, en la arquitectura, para realización de construcciones como edificios y puentes, o cálculo de alturas de manera indirecta; en astronomía el proceso de triangulación permite determinar la ubicación de una nave espacial y su uso se vuelve indispensable, en el área de trigonometría.

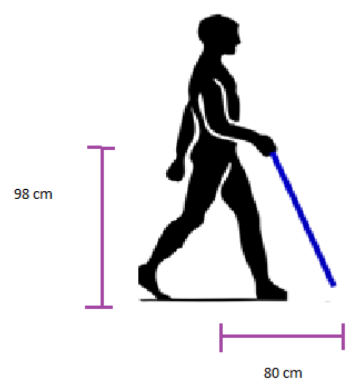
El teorema de Pitágoras permite identificar el centro de un terremoto, a través del análisis de las diferentes ondas que producen, también obtener distancias en mapas o trayectoria de flechas o misiles guiados.

Desarrollo

15 min

Presente la situación de aprendizaje, inicie la lectrura y solicite posteriormente que algún alumno continue.

A causa de un accidente, el papá de Eduardo Domínguez, necesita utilizar un bastón para apoyarse y que le permita caminar, investigando las características de estos, de acuerdo a su economía y los materiales elaborados, encuentra que existen de diferentes tamaños: 1.10m, 1.20m, 1.25m, 1.30m y 1.35m. El vendedor le indica que el tamaño depende de la estatura que él tenga del piso al ombligo y que debe considerar una distancia aproximada de 80cm de sus pies a donde deberá apoyarse el bastón. El señor Domínguez realiza la medición que necesita y obtiene 98cm ¿cuál es el mejor bastón que le conviene adquirir?



Seleccione algunos estudiantes al azar y pida respondan las siguientes preguntas. Permita a todos los integrantes del grupo realicen aportaciones y comentarios para precisar las respuestas.

1. ¿De qué trata el problema?

   R. De seleccionar el mejor bastón que le sea útil al Señor Domínguez.

2 ¿Presenta una situación real?

   R. Sí, muchas personas necesitan utilizar un bastón.

3. ¿Qué se busca?

   R. El tamaño más adecuado del bastón.

4. ¿Qué datos se dan?

   R. La altura del Señor Domínguez del piso al ombligo, la separación que debe haber entre el bastón y la pierna.

5. ¿Son suficientes los datos?

Sesión 13
Tiempo previsto
90 minutos

R. Sí

Concluya con la importancia del teorema de Pitágoras en la solución de problemas reales, en algunas situaciones son aproximaciones que nos permiten obtener las mejores opciones.

Solicité que analicen los elementos que le ayudaran a resolver la situación y pida completen las siguientes frases:

Lo que necesito para resolver la situación es: ______________________

Lo que sé para resolver el problema es: ______________________

Lo que me ayudará a resolver el problema es: ______________________

¿He resuelto un problema similar o parecido? ¿Dónde? ______________________

¿Qué modelo matemático voy a utilizar? ______________________

Mi plan a seguir en la solución es: ______________________

Seleccione algunos estudiantes para dar lectura a las respuestas que colocaron en cada una de las frases, permita la participación del grupo para reconocer los elementos que se requieren en la solución del problema.

Solicite elaboren un plan de acción para la solución del problema, describiendo los pasos que utilizarán para conocer la longitud del bastón que le servirá mejor al Señor Domínguez.

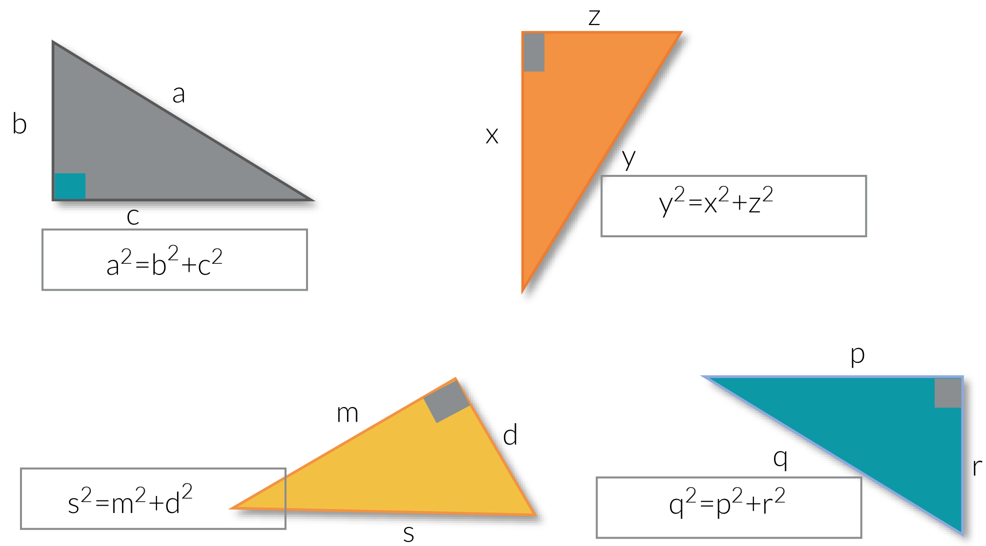
A través de una lluvia de ideas, presente los contenidos claves de la sesión, escriba en el pizarrón la representación algebraica del teorema de Pitágoras $c^2=a^2+b^2$.

20 min

Explique que el teorema de Pitágoras se utiliza para obtener uno de los lados en triángulos rectángulos (sólo es aplicable en triángulos que tienen un ángulo interno de 90°). Éste establece que el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos, mencione que la notación para cada lado del triángulo puede variar y no necesariamente es la representación con la expresión: $c^2=a^2+b^2$, en donde c denota la hipotenusa, $\boldsymbol{a, b}$ los catetos.

Solicite escriban el teorema de Pitágoras que corresponde a los siguientes triángulos, con la notación adecuada, seleccione estudiantes al azar para pasar al pizarrón a resolverlo.

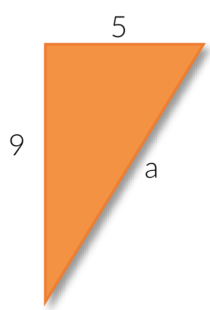
Sesión 13
Tiempo previsto
90 minutos



Supervise la actividad, verifique que identifiquen correctamente los catetos y la hipotenusa, indique que el orden en que escriben los catetos no afecta la notación y solución de problemas.

Resuelva en el pizarrón, los siguientes ejercicios y problema, permita la participación de los estudiantes y formule preguntas durante el desarrollo.

1. Cuál es el valor de a en el siguiente triángulo?



Solución:

Se escribe el Teorema de Pitágoras

$a^2=(5\ cm)^2+(9\ cm)^2$

Se realizan operaciones:

$a^2=25\ cm^2+81\ cm^2$

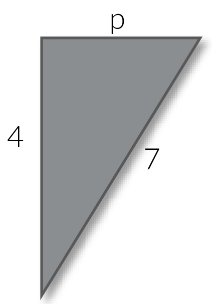
$a^2=106\ cm^2$

$a=\sqrt{106cm^2}$

$a=10.29\ cm$

Nota: Se puede escribir la solución de la raíz cuadrada aproximada, o dejarla indicada

2. ¿Cuál es el valor de p en el siguiente triángulo?



Solución:

Se escribe el Teorema de Pitágoras

$(7\text{ cm})^2=p^2+(4\text{ cm})^2$

Se realiza el despeje:

$p^2=(7\text{ cm})^2-(4\text{ cm})^2$

Se realizan operaciones:

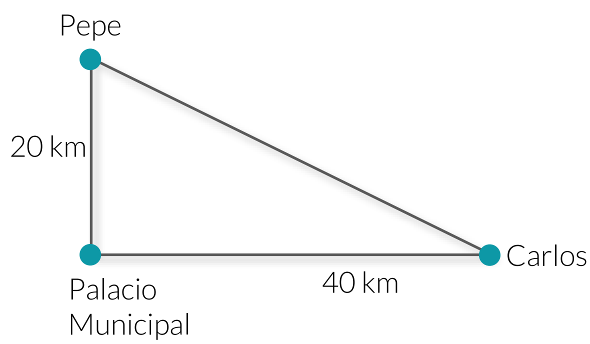
$p^2=49\text{ cm}^2-16\text{ cm}^2$

$p^2=33\text{ cm}^2$

$a=\sqrt{33\text{cm}^2}$

$a=5.7\text{ cm}$

3. Dos amigos (Pepe y Carlos) se despiden en la entrada del Palacio municipal, uno viaja al sur 20km y el otro al este 40km, ¿Qué distancia los separa después del recorrido?



Solución:

Se asigna una incógnita a la distancia (s) y se escribe el teorema de Pitágoras con la información proporcionada en el problema $s^2=(20\text{ km})^2+(40\text{ km})^2$

$s^2=400\text{ km}^2+1600\text{ km}^2$

$s^2=2000\text{ km}^2$

$s=\sqrt{2000\text{ km}^2}$

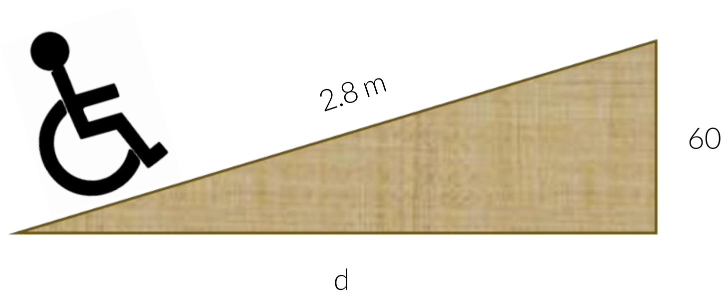
$s=44.7\text{ km}$

Sesión 13
Tiempo previsto
90 minutos

20 min

Forme equipos de trabajo de 5 integrantes y pida den solución de los siguientes problemas.

1. El ayuntamiento de la comunidad desea construir una rampa para el acceso al Palacio Municipal, de acuerdo a la reglamentación vigente, sí se desea que tenga una altura de 60cm (0.60m) y un largo de 2.8 m, ¿A qué distancia separada de la banqueta la deben comenzar a construir? Recuerda que la información deberá estar en las mismas unidades para realizar los procedimientos necesarios.



Solución:

Se aplica el Teorema de Pitágoras, para obtener el valor de un cateto, se despeja y se debe restar el cuadrado de la hipotenusa con el cuadrado del cateto proporcionado.

$(2.8m)^2=(d)^2-(0.60m)^2$

$d^2=(2.8m)^2-(0.60m)^2$

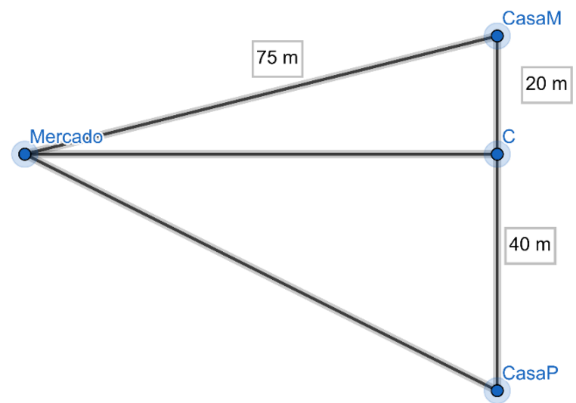
$d^2=7.84m^2-0.36m^2$

$d^2=7.48m^2$

$d=\sqrt{7.48m^2}$

$d=2.7m$

2. En una cita Pablo y María establecen como punto de encuentro el mercado de la comunidad, Pablo deberá llevar al lugar caminando en forma recta, mientras que María se debe trasladar el punto C y después en línea recta hasta el mercado, como lo muestra la figura. ¿Cuál de los dos habrá recorrido mayor distancia?



Solución:

Para obtener la distancia que recorre María

Se obtiene la distancia del punto C al mercado, aplicando el Teorema de Pitágoras

$d^2=(75m)^2-(20m)^2$

$d^2=5625m^2-400m^2$

$d^2=5225m^2$

$d=\sqrt{5225m^2}$

$d=72.28m$

La distancia que recorre María es: 20m + 72.28m= 92.28m

La distancia que recorre Pablo

Para determinar la distancia recorrida por Pablo se aplica el teorema de Pitágoras con el valor obtenido en el procedimiento anteriores y el dato proporcionado en el problema:

$d^2=(72.28m)^2+(40m)^2$

$d^2=5225m^2+1600m^2$

$d^2=6825m^2$

$d=\sqrt{6825m^2}$

$d=82.61m$

La distancia recorrida por Pablo es: 82.61, por lo tanto, María recorrió mayor distancia.

Sesión 13
Tiempo previsto
90 minutos

10 min

Seleccione a 2 equipos (uno para cada problema) para pasar a exponer su resultado, pida escriban en el pizarrón el plan que utilizaron para obtener la solución.

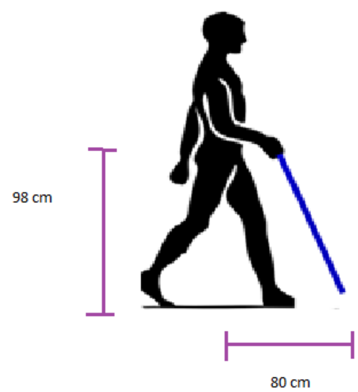
Supervise la actividad, permita la participación de los demás equipos.

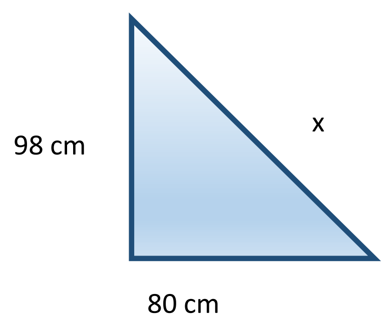
Recapitule con la importancia de la habilidad en nuestra vida cotidiana, las diferentes aplicaciones que tiene y solicite a los diferentes equipos presenten las dificultades que tuvieron en la solución de los problemas y el trabajo en equipo.

Pida que resuelvan la situación de aprendizaje presentada al inicio de la sesión.

SOLUCIÓN DE SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

Se forma un triángulo rectángulo con las indicaciones del problema,





Llamaremos x a la longitud del bastón. Se aplica el teorema de Pitágoras, sustituyendo la magnitud de cada cateto:

$x^2=(98\text{ cm})^2+(80\text{cm})^2$

$x^2=9604\text{cm}^2+6400\text{cm}^2$

$x^2=16004\text{cm}^2$

Se obtiene el valor de x al extraer raíz cuadrada de la suma anterior

$x=\sqrt{16004\text{cm}^2}$

$x=126.5\text{cm}$

De las opciones presentadas el bastón que permite menos esfuerzo al señor Domínguez es de 1.25m, ya que existe sólo 1.5cm de diferencia con el que sería idóneo para él.

Sesión 13
Tiempo previsto
90 minutos

Solicite comparen con sus compañeros los planes que habían hecho y respondan las siguientes preguntas:

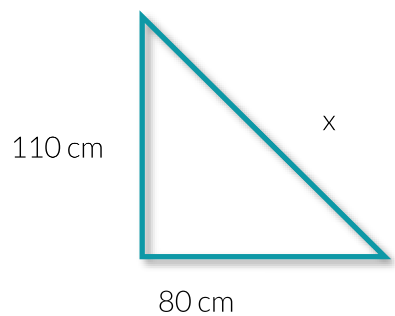
1. ¿El plan que cada uno estableció es el mismo? ¿Por qué?
2. ¿Cuáles son los elementos que se deben considerar para solución de éste problemas?

   R. La distancia que separa el bastón del pie del Señor Domínguez, la altura del tobillo al ombligo
3. ¿Cuál es el elemento en el triángulo que representa al bastón que desea adquirir el Señor Domínguez?

   R. La hipotenusa
4. ¿Qué pasa, sí el bastón adquirido se lo presta a su hijo Eduardo, tendría la misma utilidad? ¿Por qué?

   R. No, tendría que revisarse la estatura de Eduardo.
5. Sí el bastón lo fuera a utilizar una persona cuya longitud del tobillo al obligo sea de 110cm, ¿qué bastón de convendría comprar? ¿Por qué?

   Se forma un triángulo rectángulo con las indicaciones del problema.



Sí Llamamos x a la longitud del bastón. Se aplica el teorema de Pitágoras, sustituyendo la magnitud de cada cateto:

$$x^2=(110\text{ cm})^2+(80\text{cm})^2$$

$$x^2=12100\text{cm}^2+6400\text{cm}^2$$

$$x^2=18500\text{cm}^2$$

Se obtiene el valor de x al extraer raíz cuadrada de la suma obtenida

$$x=136\text{cm}$$

Le conviene adquirir el de 1.35m

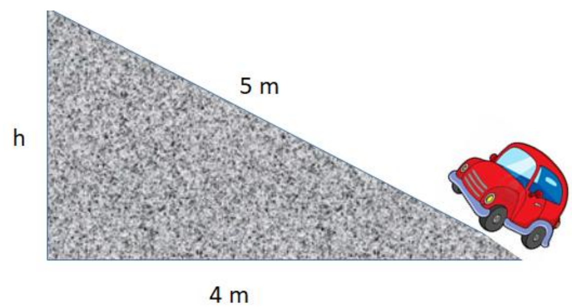
Sesión 13
Tiempo previsto 90 minutos

Cierre

10 min

Solicite resuelvan el siguiente problema y comparen su resultado, con el de su compañero de banca.

¿Qué altura tiene la rampa que está subiendo el carrito, en la siguiente figura?



Se aplica el teorema de Pitágoras

$h^2=(5m)^2-(4m)^2$

$d^2=25m^2-16m^2$

$d^2=9m^2$

$d=\sqrt{9m^2}$

$d=3m$

Seleccione estudiantes para responder las siguientes preguntas:

1. ¿En qué tipo de triángulos se utiliza el teorema de Pitágoras?

   R. Rectángulos

2. ¿Cómo identificas la Hipotenusa en un triángulo rectángulo?

   R. Es el lado mayor en el triángulo.

   R. Es el lado opuesto al ángulo de 90°

3. ¿Cómo identificas a los catetos en un triángulo rectángulo?

   R. Corresponden a los lados que forman el ángulo de 90°

4. ¿Qué aplicaciones tiene el Teorema de Pitágoras?

   R. Cálculo de distancias, construcciones.

5. ¿Qué operaciones se realizan con los datos para obtener el valor de un cateto?

   R. Se eleva al cuadrado la hipotenusa, se eleva al cuadrado el cateto, se restan los resultados anteriores y se extrae raíz cuadrada.

6. ¿Qué operaciones se realizan con los datos para obtener el valor de la hipotenusa?

R. Se eleva al cuadrado un cateto, se eleva al cuadrado el otro cateto, se suman los resultados anteriores y se extrae raíz cuadrada.

Sugiera revisar las siguientes páginas para profundizar en los contenidos abordados y ejercitar, en las siguientes ligas:

Para aprender más. Teorema de Pitágoras cálculo de catetos e hipotenusa.
https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geometry-pythagorean-theorem/geo-pythagorean-theorem/e/pythagorean_theorem_1

Sección triángulos y seleccionar Pitágoras para resolver ejercicios de la habilidad
https://www.thatquiz.org/es-A/matematicas/triangulo/

Ejercicios del Teorema de Pitágoras
https://www.problemasyecuaciones.com/Pitagoras/problemas-resueltos-teorema-pitagoras-tringulo-rectangulo-secundaria.html

Calculadora en línea del Teorema de Pitágoras
https://www.calculadoraconversor.com/calculadora-teorema-de-pitagoras/

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA AL INGRESO A LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR 2019-2020

Dirección estratégica
Delia Carmina Tovar Vázquez
Asesora de Innovación Educativa

Asesoría técnico-pedagógica
Adriana Hernández Fierro
Jefa del Departamento de Seguimiento
de Programas de Innovación Educativa

Coordinación de la competencia matemática
Maura Torres Valades
Víctor Adrián Lugo Hernández

Corrector de estilo
María Luisa Guadalupe Santamaría Polledo

Diseño de portada
Jonatan Rodrigo Gómez Vargas

Tels. 3600 2511, Ext. 64353 y 64241
Página web: http://www.cosdac.sems.gob.mx

Asesoría académica

UNIDAD DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR TECNOLÓGICA INDUSTRIAL Y DE SERVICIOS
Página web: http://www.uemstis.sep.gob.mx
Alberto Gutiérrez Mendoza
Dante Alejandro Jaramillo de León

UNIDAD DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR TECNOLÓGICA AGROPECUARIA Y CIENCIAS DEL MAR
Página web: http://www.uemstaycm.sep.gob.mx
Luciano Lagunes Montes

COLEGIO DE BACHILLERES
Página web: http://www.cbachilleres.edu.mx
Amalia Trinidad Lojero Velásquez
Alejandro Nava Camacho

DIRECCIÓN GENERAL DE BACHILLERATO
Página web: http://www.dgb.sep.gob.mx
Mauricio de Jesús Escalante Armenta

Coordinación Nacional CECyTE
Página web: http://www.cecyte.edu.mx
Gilberto Ortega Méndez

SEP

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Subsecretaría de Educación Media Superior

Coordinación Sectorial de Desarrollo Académico